D. Croselli, L. Masten in P. Kobau

MATEMATIKA 1

Priročnik za nižje srednje šole

2023
Grafica Goriziana

AVTORJI
David Croselli, Lara Masten, Petra Kobau

ILUSTRACIJE
David Croselli in Petra Kobau

STROKOVNI PREGLED IN RECENZIJA
dr. Marko Razpet

JEZIKOVNI PREGLED
dr. Marko Razpet

PREDGOVOR
dr. Davide Clodig

FOTOGRAFSKO GRADIVO
Fotografije povzete iz spletne strani https://pixabay.com in iz proste enciklopedije, Vikipedija

IZDALA
Večstopenjska šola "Ivan Trinko" - Gorica
Projekt je bil finančno podprt na podlagi 5. odstavka 11. člena zakona 38/01

Zahvaljujemo se Danieli Ferfoglia, avtorici vadnice, ki je bila osnova za pripravo vaj tega priročnika, ter Tamari Peteani za lektoriranje uvodne besede

TISK
Grafica Goriziana, ul. A. Gregorčič 18, 34170 Gorica GO

1. natis 2023

ISBN 978-88-947664-3-1

Z izdelavo tega priročnika smo dosegli dva pomembna rezultata. Prvič, pridobili smo didaktično sredstvo na področju matematike, ki je do sedaj manjkalo v slovenskih šolah v Italiji. Drugič, uspešno smo izdali knjigo, ki se popolnoma ujema z ministrskimi navodili. Pri tem uspehu ima ključno vlogo Deželni šolski urad, ki mu je v zadnjih letih uspelo pridobiti tehnično rešitev za uporabo sredstev zaščitnega zakona za Slovence v Italiji, namenjenega izdaji potrebnega šolskega gradiva.

Zasluge pripisujemo trem profesorjem, ki so pogumno sprejeli izziv in se lotili zahtevnega dela, ki bo nedvomno prineslo nov zagon naši šoli. Pod strokovnim vodstvom prof. Razpeta iz Univerze v Ljubljani so prof. Croselli, Masten in Kobau obogatili ter posodobili vadnico, ki jo je pred dvajsetimi leti pripravila profesorica Daniela Ferfoglia. Vadnica, ki je veljala za edino šolsko publikacijo na področju matematike v slovenskih šolah v Italiji, je bila obogatena še z dodatnim teoretskim delom.

Oblika priročnika je linearna, brez nepotrebnih dodatkov, z urejenimi in učinkovitimi grafikami ter slikami. S tem delom smo pridobili ključno orodje v sodobni didaktiki, kjer ima priročnik osrednjo vlogo. V nasprotju z večino šolskih izdaj, ki so večinoma usmerjene v motivacijo in imajo estetsko vlogo do predmeta, kot da bi bila privlačnost matematike odvisna od stilizirane predstavitve vsebin ali očarljivosti slik, ima nov učbenik povsem drugačen cilj. Glavna naloga priročnika je zagotavljati želene, neposredne in jasne informacije. K priljubljenosti šolskega predmeta matematike bo vsakodnevno prispeval sam učitelj.

Dr. Davide Clodig

Priročnik je nastal zaradi pomanjkanja učnega gradiva v slovenščini na nižjih srednjih šolah s slovenskim učnim jezikom in ustreza učnim načrtom ter državnim smernicam iz leta 2012. Priročnik dopolnjuje in nadgrajuje zbirko nalog Vadimo matematiko 1, ki je bila v rabi na nižji srednji šoli Ivana Trinka v Gorici.

V priročniku je najprej obravnavana aritmetika, nato geometrija. Priročnik je opremljen z natančnim kazalom. Vsako poglavje se začne s potrebnimi definicijami, navedenih je nekaj primerov in so podane tudi nekatere zanimivosti. Razlagi sledi veliko vaj in nalog. Objavljene so tudi rešitve, ki dopolnjujejo priročnik.

Vaje so podane od zelo lahkih do težjih, pri katerih je treba bolj razmisliti in ki lahko vzbudijo učenčevo zanimanje. Nekatere naloge so le računske, s katerimi se učenec nauči in utrdi računske postopke, sledijo pa tudi besedilne naloge iz različnih področij, kot na primer iz vsakdanjega življenja, tehnike, arhitekture, biologije, športa, zemljepisa itd.

Želimo si, da bi postal priročnik začetek daljše poti, na kateri bi se nam pridružili še mnogi profesorji matematike, ki poučujejo na slovenskih šolah v Italiji. S skupnimi močmi bomo priročnik nadgrajevali, dopolnjevali in bili tako kos novim izzivom.

D. Croselli, L. Masten, P. Kobau

Kazalo

1 Množice

Definicija: Množica je skupina elementov, ki imajo skupno, objektivno lastnost.

Primeri:

(a) Učenci prvega razreda NSŠ Ivana Trinka v Gorici v š. l. 2022/23.

(b) Naravna števila, ki so večja od 2.

(c) Črke besede "matematika".

Množice označujemo z velikimi tiskanimi črkami A, B, C,..., njene elemente pa z malimi črkami a, b, c, itd. Pripadnost elementa a množici A napišemo z zapisom $a \in A$ in beremo "a je element množice A". Če element a ne pripada množici A, pa znak za pripadnost prečrtamo: $a \notin A$. To preberemo "a ni element množice A".

1.1 Ponazoritev množice

Množico lahko ponazorimo na **tri različne načine**: z naštevanjem, z lastnostjo ali z Vennovim diagramom. Oglejmo si, kako lahko prikažemo množico vseh naravnih števil, ki so večja od 2 in manjša ali enaka 7.

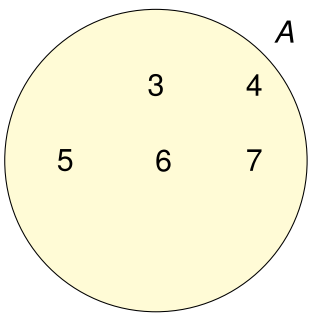
1. **Z naštevanjem:** $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

Elemente nanizamo v zaviti oklepaj.

2. **Z lastnostjo:** $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 < n \leq 7\}$

Pred znakom $\mid$ napišemo, kateri številski množici pripadajo elementi, po $\mid$ pa navedemo lastnosti elementov. Množico naravnih števil označujemo s črko $\mathbb{N}$.

3. **Z Vennovim diagramom:**



Vennov diagram narišemo s krožnico, v katero napišemo elemente, ki množici pripadajo. Elemente lahko napišemo znotraj krožnice na kakršen koli način.

1.2 Podmnožica

Definicija: Pravimo, da je množica B podmnožica množice A natanko tedaj, ko so vsi elementi množice B tudi v množici A. Tedaj pišemo $B \subseteq A$.

Primer: $A = \{1, 2, 3\}$ in $B = \{1, 2\}$. Množica B vsebuje elemente, ki so že v A, zato je B podmnožica množice A.

POMNI! Če za množici A in B velja, da $A \subseteq B$ in hkrati $B \subseteq A$, potem sta množici **enaki**: $A = B$. Oznaka $A \subset B$ pomeni $A \subseteq B$ in $A \neq B$.

1.3 Moč množic

Definicija: Moč množice je število elementov, ki jih ta množica premore. Moč množice označimo z $m(A)$ ali z $|A|$.

(a) Množice so lahko **končne**, če imajo končno število elementov, npr. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ima 4 elemente, zato je njena moč $m(A) = 4$ in je A končna množica.

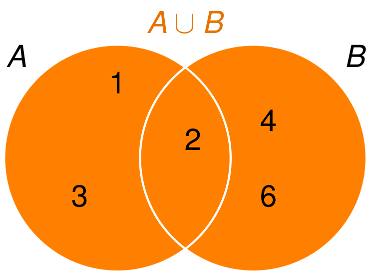
(b) Množice so lahko tudi **neskončne,** če imajo neskončno število elementov, npr. množica sodih števil $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, ...\}$ ima neskončno število elementov je zato neskončna množica.

(c) Če množica nima nobenega elementa, pravimo, da je prazna množica in označimo $A = \{\}$ ali $A = \emptyset$. Moč prazne množice je $m(A) = 0$. Za vsako množico A po definiciji velja $\emptyset \subseteq A$.

1.4 Unija množic

Definicija: Unija množic A in B je množica $A \cup B$, ki vsebuje vse elemente iz A in vse elemente iz B.

Primer:
$A = \{1, 2, 3\}$ in $B = \{2, 4, 6\}$. Unija množic A in B je $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

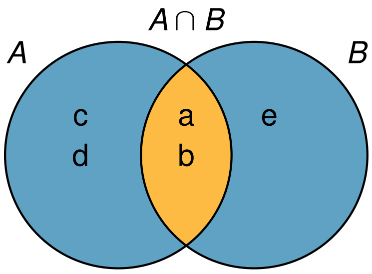


Unija “pobere” vse, kar imata obe množici skupaj. Če imata množici enake elemente, jih v uniji zapišemo samo enkrat.

1.5 Presek množic

Definicija: Presek množic A in B je množica $A \cap B$, ki vsebuje skupne elemente iz A in B.

Primer:
$A = \{a, b, c, d\}$ in $B = \{a, b, e\}$. Presek množic A in B je $A \cap B = \{a, b\}$

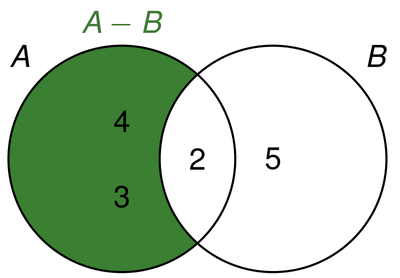


Presek množic prikazuje v Vennovem diagramu polje, kjer se množici prekrivata (del obarvan z oranžno barvo).

1.6 Razlika množic

Definicija: Razlika množic A in B je množica $A - B$, ki vsebuje elemente, ki so v A in niso v B.

Primer:
$A = \{2, 3, 4\}$ in $B = \{2, 5\}$. Razlika množic A in B je $A - B = \{3, 4\}$.



Razliko množic $A - B$ predstavlja v Vennovem diagramu del polja množice A, ki ga množica B ne pokriva (del obarvan z zeleno barvo).

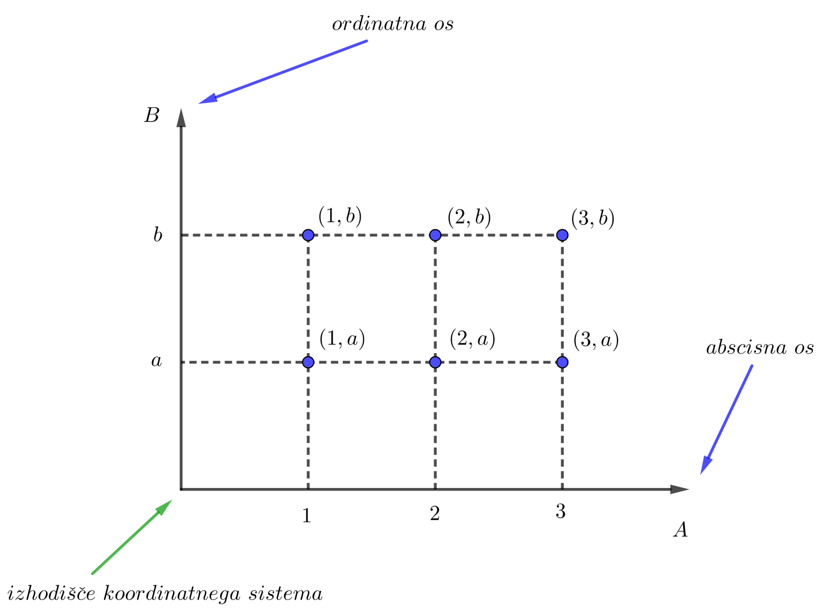
POMNI! $A - A = \emptyset$

1.7 Kartezični produkt

Definicija: Kartezični produkt množic A in B je množica $A \times B$ urejenih parov (a, b), pri čemer je prvi člen iz množice A, drugi pa iz množice B.

Primer:
$A = \{1, 2, 3\}$ in $B = \{a, b\}$. Kartezični produkt je $A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$.

Kartezični produkt lahko ponazorimo z grafom. Ali si se kdaj igral potapljanje ladjic (battaglia navale)? Saj to je prav enako!
Na **abscisni osi** (vodoravni črti) enakomerno razporedimo elemente množice A, na **ordinatni osi** (navpični črti) pa elemente množice B. Graf kartezičnega produkta so točke v **koordinatnem sistemu**.



POMNI! $A \times \emptyset = \emptyset$

2 Vaje z množicami

2.1 Ponazoritev množic, podmnožice, mož množic

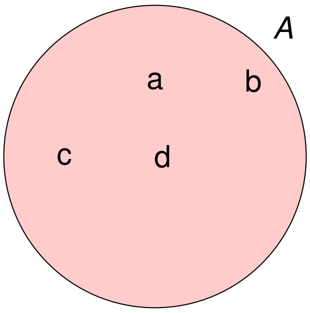
1. Zapiši množico vseh dni v tednu tako, da:

- **(a)** množico prikažeš z naštevanjem;
- **(b)** množico prikažeš z Vennovim diagramom.

2. Zapiši množico vseh naravnih števil manjših od 5 tako, da:

- **(a)** množico prikažeš z naštevanjem;
- **(b)** množico prikažeš z Vennovim diagramom.

3. Iz Vennovega diagrama napiši množico A z naštevanjem.



4. Dana je množica $A = \{0, 12, 16\}$. S simboli zapiši:

- **(a)** 0 je element množice A;
- **(b)** 3 ni element množice A;
- **(c)** množica $B = \{0, 16\}$ je podmnožica množice A;
- **(d)** moč množice A je 3.

5. Ugotovi, katere izjave so napačne.

- **(a)** $\{0\} = \emptyset$
- **(b)** $0 \in \mathbb{N}$
- **(c)** $0 = \emptyset$
- **(d)** $\emptyset \in \{\emptyset\}$

6. Ali sta množici $A = \{a, c, b\}$ in $B = \{b, c, a\}$ enaki? Utemelji svoj odgovor.

7. Dane množice zapiši z lastnostjo.

- **(a)** $A = \{9, 10, 11, 12\}$
- **(b)** $B = \{1, 3, 5, 7, ...\}$
- **(c)** $C = \{1, 3, 4, 6, 12\}$

8. Množico zapiši tako, da naštejeř vse njene elemente.

- **(a)** $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n < 9\}$
- **(b)** $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 10 < n \leq 20 \text{ in } n \text{ sodo}\}$

9. Zapiši moč danih množic oz. povej, če je množica končna ali neskončna.

- **(a)** $A = \{1000000\}$
- **(b)** $B = \{\}$
- **(c)** $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 < n < 8\}$
- **(d)** $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n > 10\}$
- **(e)** $E = \{\{a, b\}, \{c\}\}$

10. Danim množicam določi vse podmnožice.

- **(a)** $B = \{2, 4\}$
- **(b)** $A = \{1, 2, 3\}$

11. Dana je množica $U = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 20\}$. Množici U določi:

- **(a)** podmnožico vseh večkratnikov števila 5;
- **(b)** podmnožico vseh deliteljev števila 14;
- **(c)** podmnožico vseh praštevil;
- **(d)** podmnožico vseh sodih števil.

12. Naj bo $A = \{8, 9, 11\}$ in B množica vseh naravnih števil večjih od 7 in manjših od 12. Katera od naslednjih izjav je pravilna?

- **(a)** $A \subset B$
- **(b)** $A = B$
- **(c)** $B \subset C$

2.2 Unija in presek

1. Dani sta množici $A = \{3, 4, 5\}$ in $B = \{5, 7, 9\}$. Poišči njuno unijo.

2. Dani sta množici $A = \{1, 5, 10, 15\}$ ter $B = \{5, 15, 20, 25\}$. Unijo množic prikaži z Vennovim diagramom.

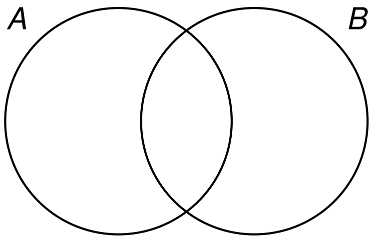
3. Dane so množice $A = \{a, b\}$, $B = \{a, c, d\}$ ter $C = \{b, c, e\}$. Določi unije množic

(a) $A \cup B$

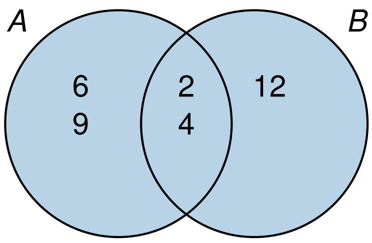
(b) $A \cup C$

(c) $A \cup (B \cup C)$

4. S poljubno barvo pobarvaj polje, ki na Vennovem diagramu predstavlja unijo množic A in B. Skico preriši v svoj zvezek!

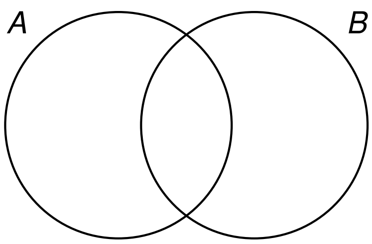


5. Na podlagi Vennovega diagrama določi unijo množic $A \cup B$.



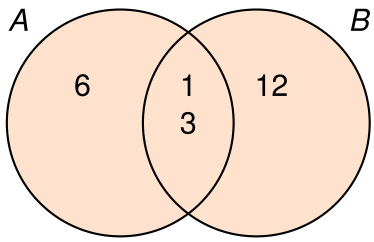
6. Dani sta množici $A = \{1, 4, 7, 10\}$ in $B = \{4, 5, 6, 7\}$. Določi njun presek.

7. S poljubno barvo pobarvaj polje, ki na Vennovem diagramu predstavlja presek množic A in B. Skico preriši v svoj zvezek!



8. Naj bo A množica vseh črk besede "matematika", B pa množica vseh črk besede "geometrija". Določi presek množice A in B ter ga prikaži z Vennovim diagramom.

9. Na podlagi Vennovega diagrama določi presek množic $A \cap B$.



10. Naj bo D_{24} množica deliteljev števila 24, D_{36} pa množica deliteljev števila 36. Določi presek množic.

11. Naj bo $A = \{6, 7, 8\}$ in B množica vseh naravnih števil, ki so manjša od 13 in večja od 8. Določi naslednje presečne množice:

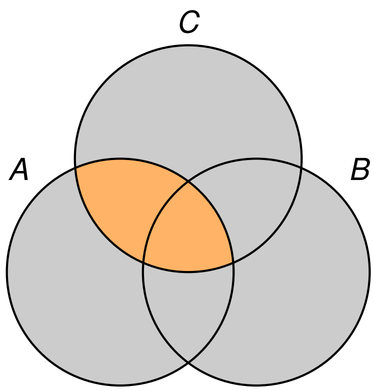
(a) $B \cap A$

(b) $B \cap B$

(c) $A \cap \emptyset$

12. Dani sta množici $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ter $B = \{3, 6, 9, 12\}$. Določi njun presek ter njuno unijo.

13. Kaj predstavlja z oranžno barvo pobarvano polje?



14. Naj bo $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 8\}$ in $C = \{4, 6, 8, 12\}$. Določi $A \cap B \cap C$ ter prikaži z Vennovim diagramom.

2.3 Razlika in kartezični produkt

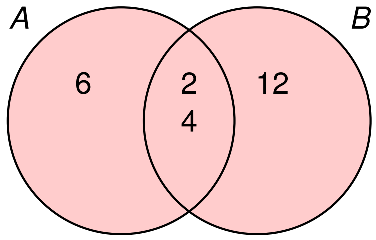
1. Dani sta množici $A = \{3,4,5\}$ in $B = \{5,7,9\}$. Določi razliki $A - B$ ter $B - A$. Ali sta dobljeni množici enaki?

2. Dani sta množici $A = \{1,5,10,15\}$ ter $B = \{5,15,20,25\}$. Razliko množic $A - B$ prikaži z Vennovim diagramom.

3. Na podlagi spodnjega diagrama določi:

(a) $A - B$

(b) $B - A$



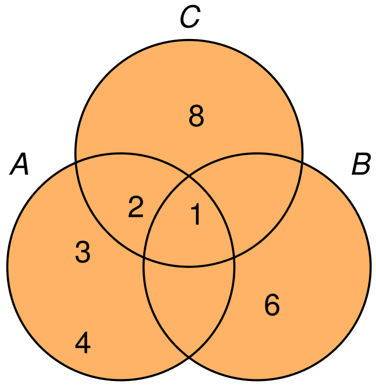
4. Na podlagi spodnjega diagrama določi:

(a) $A - C$

(b) $A - B$

(c) $B - C$

(d) $C - B$



5. V mestu s 12000 prebivalci ima 4200 prebivalcev kolo in 2140 prebivalcev moped. Oboje ima 2065 prebivalcev. Koliko prebivalcev nima ne kolesa niti mopeda?

6. V 1. A razredu se od 25 učencev 14 ukvarja s športom, 7 pa jih igra glasbeni inštrument. 4 učenci so aktivni na obeh področjih. Koliko učencev se v tem razredu ukvarja z vsaj eno dejavnostjo? Koliko pa z nobeno?

7. Dani sta množici $A = \{a\}$ in $B = \{b,c\}$. Izračunaj $A \times B$ ter $B \times A$. Ali sta dobljeni množici enaki?

8. Dani sta množici $A = \{1,3\}$ ter $B = \{2,4\}$. Nariši graf $A \times B$.

9. Dane so množice $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2\}$ in $C = \{i\}$. Določi naslednje kartezične produkte.

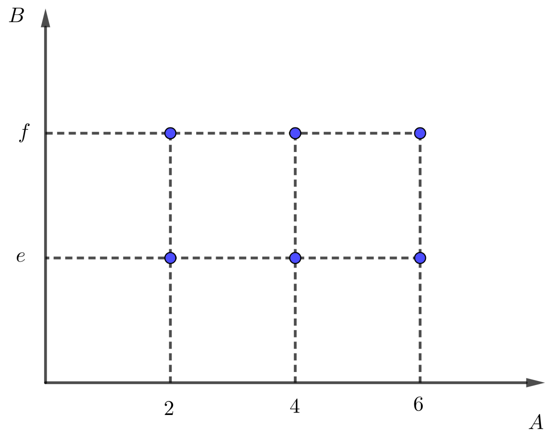
(a) $A \times B$

(b) $B \times C$

(c) $C \times A$

(d) $C \times B$

10. Na podlagi prikazanega grafa določi množico $A \times B$.



11. Dani sta množici $A = \{a,b,c\}$ in $B = \{b,c,d\}$. Poišči napake in jih odpravi.

(a) $(b,d) \in A \times B$

(b) $(b,a) \in B \times A$

(c) $(b,c) \notin A \times B$

(d) $\{a,b\} \subset B \times A$

12. Izračunaj $(A \cap B) \times C$, če je $A = \{a,b,c\}$, $B = \{c,e,f\}$ in $C = \{1,2\}$.

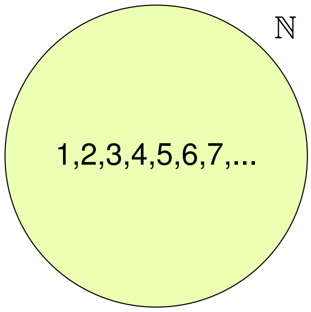
3 Naravna in decimalna števila

Definicija: Naravna števila so števila, s katerimi štejemo, to so cela ne-negativna števila.

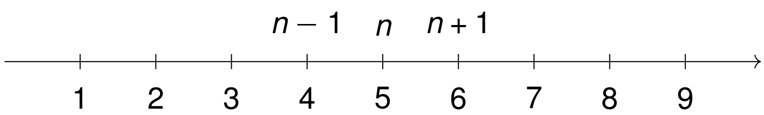
Naravna števila tvorijo množico naravnih števil $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$. Množica je seveda neskončna. Nekateri matematiki med naravna števila uvrščajo tudi število 0. Množico naravnih števil, ki vsebuje tudi ničlo, označimo z $\mathbb{N}_0$.

3.1 Ponazoritev naravnih števil

Naravna števila lahko ponazorimo z Vennovim diagramom.



Naravna števila lahko bolj pregledno ponazorimo tudi na številski premici.



Naravna števila so na številski premici **urejena**, saj naraščajo v smeri urejenosti številske premice. Za vsako naravno število n velja, da ima **naslednika** $n + 1$. Z izjemo števila 1 ima vsako naravno število tudi svojega **predhodnika** $n - 1$.

3.2 Število, številka, števka

Število je pojem, ki nastane v naših mislih, **številka** je simbol, s katerim ponazorimo število, **števke** (ali cifre) so simboli, s katerim sestavimo številko. Poznamo 10 števk, s katerimi lahko sestavimo številko, to so: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in 9. Zato pravimo, da uporabljamo **desetiški** sistem.
Vsako število lahko zapišemo s potencami števila 10, t. j. drugačen zapis za produkt samih desetic npr. $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$. Več o tem boš izvedel v poglavju 5.
Primer:

$$378 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

Števke poimenujemo tako, kot prikazuje naslednja tabela.

ime	milijon	stotistočica	desettisočica	tisočica	stotica	desetica	enica
oznaka	M	St	Dt	t	S	D	E
vrednost	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

Pri številu 378 je torej E = 8, D = 7 ter S = 3.

Zanimivost: Rimljani so za prikazovanje števil uporabljali črke: I za ena, V za pet, X za deset, L za petdeset, C za sto, D za petsto in M za tisoč. Števke se seštevajo, števki z večjo vrednostjo sledi števka z manjšo, npr. XVI=10+5+1=16. Če pa je pred večjo števko manjša se od slednje odšteje, npr. IX=10-1=9.

3.3 Decimalna števila

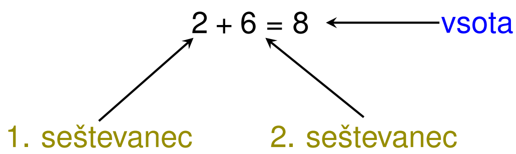
Definicija: Decimalna števila so tista števila, ki so sestavljena iz celega dela in iz decimalnega dela. Ločilni znak med celim in decimalnim delom je decimalna vejica.

Decimalna števila uporabljamo pri merjenju količin, katerih vrednosti so med dvema naravnima številoma. Če enoto razdelimo na 10 enakih delov, dobimo desetinke, če desetinko ponovno razdelimo na 10 enakih delov, dobimo stotinke.
Postopek ponovimo in dobimo tisočinke, desettisočinke, stotisočinke,....

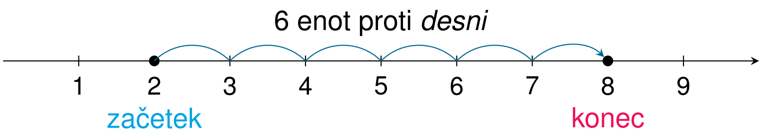
3.4 Računske operacije

3.4.1 Seštevanje

Seštevanje je osnovna operacija v množici naravnih števil. Operacijo seštevanja ponazorimo z znakom plus (+). Števili, ki ju seštevamo, imenujemo **seštevanca**, rezultat pa **vsota**.



Seštevanje si lahko predstavljamo na številski premici. Če npr. številu 2 prištejemo število 6, pomeni, da se po številski premici od 2 premaknemo v desno za 6 enot in pridemo do števila 8. Velja, da je $2 + 6 = 8$.



Ker so naravna števila navzgor neomejena, je vsota dveh poljubnih naravnih števil vedno naravno število. Zato pravimo, da je operacija seštevanja **notranja operacija** v množici naravnih števil. Če poljubnemu številu n prištejemo 0, se število ne spremeni, zato imenujemo 0 **nevtralni element** seštevanja.

$$n + 0 = n$$

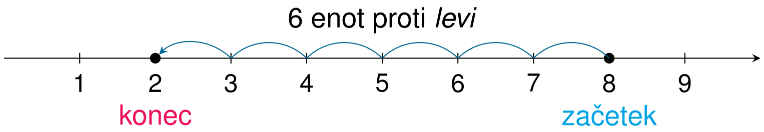
3.4.2 Odštevanje

Odštevanje je obratna operacija od seštevanja. Operacijo odštevanja ponazorimo z znakom minus ($-$). Število od katerega odštevamo se imenuje **zmanjševanec**, število, ki ga odštevamo, pa **odštevanec**. Rezultat odštevanja je **razlika**.

$$8 - 6 = 2 \longleftarrow \text{razlika}$$

zmanjševanec odštevanec

Odštevanje si lahko predstavljamo na številski premici. Če npr. številu 8 odštejemo število 6, pomeni, da se po številski premici od 8 premaknemo v levo za 6 enot in pridemo do števila 2. Velja, da je $8 - 6 = 2$.



Ker so naravna števila navzdol omejena, lahko z odštevanjem dobimo število, ki **ni naravno**, zato pravimo, da oštevanje **ni** notranja operacija v množici naravnih števil.

3.4.3 Množenje

Množenje je druga osnovna operacija v množici naravnih števil. Operacijo množenja ponazorimo z znakom krat ($\cdot$ ali $\times$). Števili, ki ju množimo, imenujemo **faktorja** (ali množenec in množitelj), rezultat množenja pa **produkt** (ali zmnožek).

$$5 \cdot 3 = 15 \longleftarrow \text{produkt (zmnožek)}$$

1. faktor (množenec) 2. faktor (množitelj)

Operacijo množenja lahko poenostavimo na seštevanje, saj si lahko mislimo, da moramo množenec sešteti samega s seboj tolikokrat, kolikor nam pove množitelj.

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15$$

Če pomnožimo poljubni naravni števili, dobimo vedno naravno število, zato pravimo, da je operacija množenja **notranja operacija** v množici naravnih števil. Če poljubno število n pomnožimo z 1, se število ne spremeni, zato pravimo, da je 1 **nevtralni element** za množenje.

$$n \cdot 1 = n$$

3.4.4 Deljenje

Deljenje je obratna operacija od množenja. Operacijo deljenja ponazorimo z znakom deljeno (:). Število, ki ga delimo, imenujemo **deljenec**, število s katerim delimo, imenujemo **delitelj**, rezultatu pa pravimo **količnik.**

$$15 : 3 = 5 \longleftarrow \text{količnik}$$

deljenec delitelj

Pri deljenju naravnih števil se lahko zgodi, da dobljeni količnik **ni** naravno število. Zato operacija deljenja **ni** notranja operacija v množici naravnih števil.

3.5 Računski zakoni

3.5.1 Komutativnostni zakon (zakon o zamenjavi)

Komutativnostnemu zakonu pravimo tudi zakon o zamenjavi. Pravimo, da je operacija **komutativna**, če za poljubno naravno število lahko zamenjamo operanda in se rezultat ne spremeni. Komutativnostni zakon v množici naravnih števil velja za seštevanje in za množenje.

$$\boxed{a + b = b + a}$$

$$\boxed{a \cdot b = b \cdot a}$$

Primeri:

(a) $4 + 7 = 7 + 4 = 11$

(b) $4 \cdot 7 = 7 \cdot 4 = 28$

POMNI! Operacija odštevanja in deljenja **nista** komutativni. O tem se lahko prepričamo na naslednjih primerih: $4 - 3 \neq 3 - 4$ in $6 : 2 \neq 2 : 6$.

3.5.2 Asociativnostni zakon (zakon o združevanju)

Asociativnostnemu zakonu pravimo tudi zakon o združevanju. Pravimo, da je operacija **asociativna,** če je rezultat neodvisen od vrstnega reda združevanja operandov. Asociativnostni zakon v množici naravnih števil velja za seštevanje in za množenje.

$$\boxed{(a + b) + c = a + (b + c)}$$

$$\boxed{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$$

Primeri:

(a) $4 + 5 + 7 = (4 + 5) + 7 = 9 + 7 = 16$ $\quad 4 + 5 + 7 = 4 + (5 + 7) = 4 + 12 = 16$

(b) $3 \cdot 6 \cdot 2 = (3 \cdot 6) \cdot 2 = 18 \cdot 2 = 36$ $\quad 3 \cdot 6 \cdot 2 = 3 \cdot (6 \cdot 2) = 3 \cdot 12 = 24$

POMNI! Operacija odštevanja in deljenja **nimata** asociativne lastnosti. O tem se lahko prepričamo na naslednjih primerih: $(4 - 3) - 1 \neq 4 - (3 - 1)$ in $(6 : 2) : 2 \neq 6 : (2 : 2)$.

3.5.3 Distributivnostni zakon (razčlenitveni zakon)

Distributivnostnemu zakonu pravimo tudi razčlenitveni zakon. Zakon povezuje seštevanje in množenje naravnih števil. **Vsak člen znotraj oklepaja pomnožimo s faktorjem pred oklepajem in rezultata seštejemo.**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Primeri:

(a) $4 \cdot (5 + 2) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28$ Preizkus: $4 \cdot (5 + 2) = 4 \cdot 7 = 28$

(b) $(4 + 7) \cdot 3 = 3 \cdot (4 + 7) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 7 = 12 + 21 = 33$ Preizkus: $(4 + 7) \cdot 3 = 11 \cdot 3 = 33$

POMNI! Distributivnostni zakon velja tudi, če so v oklepaju trije ali več členov.

$$a \cdot (b + c + d + ...) = a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d + ...$$

Primer:
$2 \cdot (4 + 5 + 1) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 8 + 10 + 2 = 20$ Preizkus: $2 \cdot (4 + 5 + 1) = 2 \cdot 10 = 20$

Distributivnostni zakon velja tudi, če znotraj oklepaja znak za seštevanje zamenjamo z znakom za odštevanje.

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Primeri:

(a) $3 \cdot (10 - 1) = 3 \cdot 10 - 3 \cdot 1 = 30 - 3 = 27$ Preizkus: $3 \cdot (10 - 1) = 3 \cdot 9 = 27$

(b) $(7 - 4) \cdot 2 = 2 \cdot (7 - 4) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 4 = 14 - 8 = 6$ Preizkus: $(7 - 4) \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$

OPOMBA: Če oklepajev **ni,** imata **vedno** prednost množenje ali deljenje pred seštevanjem in odštevanjem, npr. $4 \cdot 5 + 2 = 20 + 2 = 22$.
Če si v izrazu sledita množenje in deljenje, postopamo iz leve proti desni npr. $24 : 4 \cdot 2 = (24 : 4) \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$.

4 Vaje z naravnimi in decimalnimi števili

4.1 Računanje z naravnimi in decimalnimi števili

1. Pravilno seštej naravna števila.

(a) $580 + 18 + 2 + 123512$
(b) $12 + 8526 + 768 + 998$
(c) $159001 + 5498 + 3055 + 28$
(d) $7989 + 412 + 28790 + 6$
(e) $5782083 + 9451 + 1984$
(f) $40780 + 31598 + 8324 + 186$

2. Pravilno seštej decimalna števila.

(a) $8,51 + 425,332 + 0,8$
(b) $27,53 + 3,74 + 0,7$
(c) $948,5 + 21,46 + 4,81$
(d) $246,3 + 7,358 + 17,01$
(e) $1,705 + 69,021 + 7,503$
(f) $3,117 + 24,35 + 8,147$
(g) $0,051 + 627,43 + 4,3261$
(h) $0,47 + 5,713 + 65,07$
(i) $9,103 + 4,153 + 3,793$
(j) $40,08 + 14,93 + 7,652$
(k) $2,048 + 33,74 + 40,58$
(l) $18,13 + 745,7 + 30,503$

3. Pravilno seštej decimalna števila.

(a) $909,03 + 3,90 + 40,91$
(b) $7,028 + 21,71 + 65,731$
(c) $4,259 + 0,07 + 13,4 + 729,06$
(d) $8,621 + 0,113 + 69,9 + 27,4$
(e) $15,76 + 9,39 + 0,7 + 37,05$
(f) $75,42 + 0,173 + 413,112 + 371,5$

4. Pravilno seštej decimalna števila.

(a) $7,21 + 90,2 + 753 + 42$
(b) $2,09 + 64 + 35,72 + 127$
(c) $3978 + 3,90 + 45 + 3971$
(d) $7000 + 4,31 + 695 + 8,927$
(e) $63 + 8,379 + 193 + 30,1$
(f) $7231 + 0,05 + 157 + 8,8$

5. Pravilno odštej naravna števila števila.

(a) $76321 - 423$
(b) $82734 - 873$
(c) $73149 - 681$
(d) $95964 - 58$
(e) $159721 - 67302$
(f) $731000 - 84720$
(g) $139000 - 125287$
(h) $573000 - 421913$
(i) $308691 - 27548$
(j) $835000 - 88000$
(k) $930700 - 245920$
(l) $800120 - 350410$

6. Pravilno odštej decimalna števila.

(a) $602,79 - 314,817$
(b) $535,7 - 13,567$
(c) $2482,43 - 630,275$
(d) $9135,88 - 472,3$
(e) $537,09 - 52,87$
(f) $4370,95 - 537,09$
(g) $3513,5 - 419,73$
(h) $4617,43 - 3100,86$
(i) $7436,21 - 4237,18$
(j) $5128,11 - 162,39$
(k) $4619,17 - 3629,681$
(l) $6413,96 - 3574,21$

4.2 Številski izrazi s seštevanjem in odštevanjem

1. $(21-8+3)-7+(2+8-9)-5$ [5]

2. $(2,7+3,5-1,2)+(7,3+2,7-4,5)-1$ [9,5]

3. $2,8+(3,2-2,1+1,1)-(2,2+1,7)-1,1$ [0]

4. $(2,9+6,1-5)+(4,3-1,2+3)-(7+2,1)$ [1]

5. $10,9-(7,2+2,6-3,8)-(3,2-0,7)+3,5$ [5,9]

6. $(12,5+1,6)+0,9-(14,5-6,3)-5,2$ [1,6]

7. $15+[8-(5+2-1)+(7-3)]-(18+5-13-7)$ [18]

8. $75+[48-(36-12+10)-8]-32+(10-4)$ [55]

9. $[25+(41-23+8)-2]-[38-(26-4)]+5$ [38]

10. $37-[8+(21-3+2)-1]+(15-5+7)$ [27]

11. $8+[(18+1-4)-(7+8-3)+5]+8$ [24]

12. $(8,8-3,3-1,5)+[(3,7+5,3-5)-(3,7-2,2)]$ [6,5]

13. $[2,4+3,8-(6-1,3+1)]+[(6,1-2,3+4,2)-6,3]$ [2,2]

14. $(5,6-2,7+4,1)+[(5,3+1,7)-(11,5-5,5)]+6,3$ [14,3]

15. $[(0,9+9,7-9,6)+2,7]+[3,3-(7,5-5,5)]$ [5]

16. $3,8+6,4+[8,3-(2,5+1,4+2,3)+3,1]$ [15,4]

17. $25+\{48-[37+(15-11+3)-20]-18\}-11$ [20]

18. $\{[(21-7-14)+(12-2-8)]+2\}-4$ [0]

19. $\{27-[10-(21+4-18)+15]+(13-7-5)\}-9$ [1]

20. $48+\{31-2-[(6+8-10)+8-5]+2\}-37$ [35]

21. $(20+16-7+9)+\{81-[3+(10-3+5)+59]+10\}-43$ [12]

22. $72-\{33+[18+(6+14-20)]+8-[18-(7+11)]\}$ [13]

23. $\{7+3-[11-(8+4-3)+5]+4+[40-10+(40-15)]\}-40$ [22]

24. $\{21+83-[(13+8-7)+(54-45-9)+12]+25\}-15-11$ [77]

25. $20+60-\{90+15-[36-(48+3-16)]-45\}-(30+5-14)$ [0]

26. $38+42-(5+14)-\{27+[18+22-(10-7-1)]-31+19\}$ [8]

27. $\{20+19-(13+17-20)-[20-(13+5-7)]-11\}+21$ [30]

28. $18,7+10,3-(11,5+3,41)-\{5,65-[9,3-(2,8+7,07-2,1)]\}$ [9,97]

29. $10,9 - \{5 + 2,9 - [9,35 - (13,5 + 0,7 - 11,4) - 4,2]\} - 3,35$ [2]

30. $32,7 + 7,3 + (18,4 - 5,2 + 3,8) - \{4,4 + [5,7 - (1,7 + 0,4)]\}$ [49]

31. $7,2 - [5 + (2,1 - 1,5) + 0,5] + \{4 - [2 + (2,5 + 3,5 - 4)]\}$ [1,1]

32. $\{2 + 1,9 - (1,3 + 1,7 - 2) - [2 - (1,3 + 0,5 - 0,7)] - 1,1\} + 2,1$ [3]

33. $4,8 + \{3,2 - 0,1 - [(1,5 + 1,8 - 3,3) + 0,5 - 0,2] + 1,3\} - 2,8$ [6,1]

4.3 Vaje z enačbami (seštevanje in odštevanje)

Namesto neznanke x zapiši število tako, da bo enakost uresničena.

1. **(a)** $x + 23 = 42$ **(b)** $17 - x = 12$ **(c)** $342 + x = 745$ **(d)** $355 - x = 280$
2. **(a)** $x + 9 = 25$ **(b)** $14 + x = 26$ **(c)** $48 - x = 20$ **(d)** $x - 32 = 13$
3. **(a)** $x + 122 = 347$ **(b)** $150 + x = 160$ **(c)** $72 - x = 60$ **(d)** $342 + x = 8756$
4. **(a)** $x - 15 = 20$ **(b)** $72 + x = 90$ **(c)** $300 - x = 200$ **(d)** $175 + x = 300$
5. **(a)** $x - 100 = 200$ **(b)** $342 + x = 745$ **(c)** $756 - x = 430$ **(d)** $34 + 15 + x = 75$
6. **(a)** $x - 42 = 57$ **(b)** $48 - x = 20$ **(c)** $x - 1265 = 253$ **(d)** $1200 + x = 2345$
7. **(a)** $34 - x = 15$ **(b)** $72 - x = 60$ **(c)** $1784 - x = 1570$ **(d)** $x + 450 = 685$
8. **(a)** $x - 1 = 100$ **(b)** $x + 1 = 100$ **(c)** $x - 100 = 1$
9. **(a)** $100 + x = 110$ **(b)** $100 - x = 1$ **(c)** $100 - x = 100$
10. **(a)** $1000 - x = 100$ **(b)** $x - 1000 = 100$ **(c)** $x - 1 = 1000$
11. **(a)** $10,8 - x = 10$ **(b)** $35 - x = 30,5$ **(c)** $x - 0,5 = 4,5$
12. **(a)** $14,71 - x = 14,01$ **(b)** $x - 5,46 = 3$ **(c)** $12,25 - x = 2,05$
13. **(a)** $19 + 35 = x - 9$ **(b)** $a - 37 = 21 + 11$ **(c)** $113 - 46 = x + 29$
14. **(a)** $18 + 29 = x + 32$ **(b)** $a - 48 = 64 - 12$ **(c)** $71 - a = 35 + 36$
15. **(a)** $13 + 11 - x = 20$ **(b)** $a - 8 + 9 = 16$ **(c)** $7 - 3 + x = 18$

4.4 Besedilne naloge s seštevanjem in odštevanjem

1. Veliki slovenski matematik Jurij Vega se je rodil leta 1754. Umrl je, ko mu je bilo 48 let. Katerega leta je umrl? Kdaj smo praznovali 250. obletnico njegovega rojstva?

2. Katero število je za 9687 večje od števila 157937?

3. Katero število je za 2348 večje od vsote 639 + 3074?

4. Izračunaj vsoto največjega in najmanjšega štirimestnega števila.

5. Za koliko se spremeni vsota treh naravnih števil, če prvo povečamo za 25 enic, drugo za 34 desetic in tretje za 7 stotic?

6. Andraž se je odpravil na izlet s kolesom. Dopoldne je prevozil 29 km, nato je do 16. ure prevozil 3 km več kot dopoldne. Potem se je utrujen obrnil in po isti poti prikolesaril domov. Kolikšno pot je prevozil ta dan?

7. Jana je za trening pretekla prvi dan 8 km, drugi dan 4 km več kot prvi dan, tretji dan 1 km več kot drugi dan in četrti dan 3 km več kot prvi dan. Kolikšno pot je pretekla v teh štirih dneh?

8. Tomaž je do sedaj že prebral 40 strani knjige. Izračunal je, da mora v ponedeljek prebrati 23 strani knjige in nato ves teden vsak dan tri strani več kot prejšnji dan, da bo do konca tedna končal z branjem. Koliko strani ima knjiga, ki jo bere Tomaž?

9. Kolumb je odkril Ameriko leta 1492. Koliko let je preteklo od takrat?

10. Izračunaj razliko med največjim in najmanjšim petmestnim številom.

11. Koliko je star Natašin dedek, če je rojen leta 1938?

12. Tovornjak poln peska tehta 7 t. Koliko peska je na tovornjaku, če tehta prazen 3800 kg.

13. Izračunaj razliko med največjim in najmanjšim številom, ki ga lahko napišeš z vsemi ciframi 3, 9, 7 in 5.

14. Kraja A in B sta oddaljena 789 km. Iz kraja A odpelje proti kraju B avtomobilist, iz B proti A pa motorist. Koliko sta oddaljena eden od drugega, ko je prvi prevozil 209 km, drugi pa 176 km?

15. V treh škatlicah je 52 žetonov. V prvi in drugi je skupaj 39 žetonov. V drugi in tretji je skupaj 33 žetonov. Koliko žetonov je v vsaki od treh škatlic?

16. Iz knjige, v kateri je 432 strani, iztrgamo 32 listov. Koliko strani še ostane v tej knjigi?

17. Za koliko se spremeni vsota in za koliko razlika števil 39745 ter 15291, če obe števili povečamo za 7500?

18. Koliko dni je trajal vsak letni čas, če se je nekega leta pomlad pričela 21. marca, poletje 21. junija, jesen 23. septembra in zima 22. decembra?

19. Za koliko je vsota števil 7532 in 1548 večja od razlike istih dveh števil?

20. Peter ima 36, Marko pa 84 kock. Koliko kock mora dati Marko Petru, da jih bosta imela enako?

4.5 Vaje z množenjem in deljenjem

Pravilno zmnoži naslednja števila.

1. **(a)** $13 \cdot 54$ **(b)** $712 \cdot 21$ **(c)** $87 \cdot 123$ **(d)** $114 \cdot 815$
2. **(a)** $518 \cdot 91$ **(b)** $34 \cdot 43$ **(c)** $142 \cdot 230$ **(d)** $254 \cdot 147$
3. **(a)** $42 \cdot 21$ **(b)** $712 \cdot 37$ **(c)** $827 \cdot 913$ **(d)** $980 \cdot 215$
4. **(a)** $8,6 \cdot 31$ **(b)** $9,32 \cdot 2,4$ **(c)** $68,42 \cdot 53$ **(d)** $2,3 \cdot 471$
5. **(a)** $4,8 \cdot 35$ **(b)** $1,4 \cdot 29$ **(c)** $97,53 \cdot 4,3$ **(d)** $5739 \cdot 2,3$
6. **(a)** $9,3 \cdot 34$ **(b)** $64,3 \cdot 21$ **(c)** $54,67 \cdot 9,3$ **(d)** $29 \cdot 4,688$
7. **(a)** $15 \cdot 8 \cdot 70$ **(b)** $21 \cdot 17 \cdot 8$ **(c)** $92 \cdot 4 \cdot 10$ **(d)** $8 \cdot 35 \cdot 19$ **(e)** $27 \cdot 45 \cdot 18$ **(f)** $19 \cdot 5 \cdot 53$
8. **(a)** $21 \cdot 7 \cdot 2,5$ **(b)** $53 \cdot 8,1 \cdot 9$ **(c)** $2,7 \cdot 74 \cdot 5$ **(d)** $7 \cdot 3,8 \cdot 14$ **(e)** $41 \cdot 1,9 \cdot 7$ **(f)** $3,4 \cdot 5 \cdot 2,7$
9. **(a)** $18 \cdot 10$ **(b)** $27 \cdot 100$ **(c)** $125 \cdot 1000$ **(d)** $48 \cdot 100$ **(e)** $23 \cdot 1000$ **(f)** $32 \cdot 1000$
10. **(a)** $489 \cdot 100$ **(b)** $816 \cdot 10$ **(c)** $71 \cdot 1000$ **(d)** $1391 \cdot 10$ **(e)** $59 \cdot 100$ **(f)** $421 \cdot 100$
11. **(a)** $72 \cdot 1000$ **(b)** $4139 \cdot 10$ **(c)** $37 \cdot 1000$ **(d)** $629 \cdot 1000$ **(e)** $735 \cdot 100$ **(f)** $9200 \cdot 10$
12. **(a)** $3,76 \cdot 10$ **(b)** $41,15 \cdot 100$ **(c)** $735,31 \cdot 1000$ **(d)** $96,5 \cdot 1000$ **(e)** $39,21 \cdot 10$ **(f)** $412,9 \cdot 100$
13. **(a)** $213,4 \cdot 100$ **(b)** $318,7 \cdot 100$ **(c)** $27,37 \cdot 1000$ **(d)** $9,361 \cdot 1000$ **(e)** $29,16 \cdot 100$ **(f)** $37,12 \cdot 10$
14. **(a)** $21,613 \cdot 100$ **(b)** $97,431 \cdot 10$ **(c)** $7,2431 \cdot 1000$ **(d)** $5,7582 \cdot 10$ **(e)** $3,4273 \cdot 100$ **(f)** $342,75 \cdot 1000$
15. **(a)** $1743 \cdot 9$ **(b)** $0,0182 \cdot 9$ **(c)** $9 \cdot 118$ **(d)** $97 \cdot 99$ **(e)** $6,42 \cdot 99$ **(f)** $0,18 \cdot 99$
16. **(a)** $4,8 \cdot 11$ **(b)** $9,57 \cdot 11$ **(c)** $11 \cdot 0,246$ **(d)** $4,95 \cdot 0,1$ **(e)** $0,7 \cdot 0,1$ **(f)** $0,1 \cdot 0,1$

Pravilno deli naslednja števila.

17. **(a)** $500 : 25$ **(b)** $730 : 25$ **(c)** $1300 : 25$

18. **(a)** $840 : 25$ **(b)** $800 : 25$ **(c)** $18,5 : 25$

19. **(a)** $900,3 : 25$ **(b)** $5701,5 : 25$ **(c)** $25,05 : 25$

20. **(a)** $25284 : 4$ **(b)** $44460 : 6$ **(c)** $58365 : 5$ **(d)** $37095 : 3$ **(e)** $25886 : 7$ **(f)** $17832 : 2$

21. **(a)** $5430 : 15$ **(b)** $8136 : 18$ **(c)** $4674 : 38$ **(d)** $4284 : 28$

22. **(a)** $5428 : 23$ **(b)** $7918 : 37$ **(c)** $10773 : 21$ **(d)** $12447 : 27$

23. **(a)** $11077 : 19$ **(b)** $33078 : 37$ **(c)** $40866 : 42$ **(d)** $20685 : 21$

24. **(a)** $361,2 : 7$ **(b)** $51,12 : 9$ **(c)** $694,8 : 12$ **(d)** $92,46 : 23$

25. **(a)** $9565,83 : 135$ **(b)** $8449,68 : 204$ **(c)** $3479 : 0,5$ **(d)** $2794 : 0,4$

26. **(a)** $53055 : 0,81$ **(b)** $30615 : 0,471$ **(c)** $39858 : 0,73$ **(d)** $19924 : 0,293$

27. **(a)** $38,75 : 3,1$ **(b)** $84,89 : 2,6$ **(c)** $8,26 : 2,8$ **(d)** $27,09 : 4,3$ **(e)** $46,8 : 7,2$ **(f)** $41,60 : 6,4$

28. **(a)** $148,42 : 4,1$ **(b)** $547,36 : 8,8$ **(c)** $182,84 : 2,8$ **(d)** $297,57 : 9,1$ **(e)** $967,81 : 1,7$ **(f)** $312,36 : 5,7$

29. **(a)** $49 : 100$ **(b)** $7590 : 1000$ **(c)** $731 : 10$ **(d)** $749 : 10$ **(e)** $2913 : 1000$ **(f)** $47 : 100$

30. **(a)** $76,08 : 10$ **(b)** $838,52 : 1000$ **(c)** $243,92 : 100$ **(d)** $850,9 : 10$ **(e)** $81,33 : 1000$ **(f)** $52,31 : 100$

31. **(a)** $4,53 : 100$ **(b)** $129,17 : 100$ **(c)** $47,53 : 100$ **(d)** $121,9 : 100$ **(e)** $3,711 : 10$ **(f)** $7421,3 : 10$

32. **(a)** Pomnoži 21 z 19.
(b) Izračunaj produkt števil 30 in 24.
(c) Prvi faktor je 12, drugi 25. Izračunaj produkt.
(d) Izračunaj produkt, če sta oba faktorja 13.
(e) Katero število dobiš, če produktu števil 12 in 8 prišteješ število 200?
(f) Številu 450 prištej produkt števil 13 in 5.

33. **(a)** Podvoji števila 16, 29, 37, 118, 259, 364, 532, 811, 957.
(b) Potroji števila 19, 33, 52, 107, 425.

(c) Podvoji produkt števil 18 in 15.

(d) Potroji vsoto števil 17 in 4.

(e) Kolikšna je desetkratna vrednost razlike števil 21 in 3?

(f) Kolikšna je šestkratna vrednost razlike števil 34 in 17?

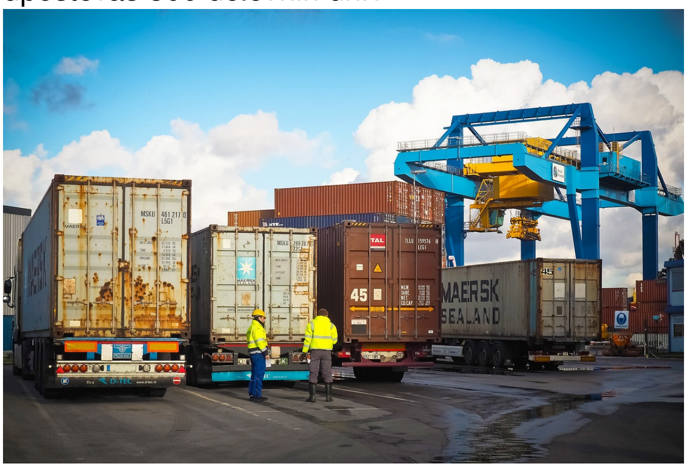
34. Železnica nakupi 30 potniških vagonov. Vsak vagon ima 16 oken. Koliko oken imajo vsi naročeni vagoni?

35. Gospa Čopič prodaja okvirje za slike. Ponuja jih v petih velikostih in dvanajstih barvah. Med koliko možnostmi lahko izbiramo?

36. Gospod Kisel je izgubil ključ vežnih vrat, zato bodo zamenjali ključavnico. Koliko novih ključev mora naročiti lastnik hiše, če stanuje v hiši 18 družin in potrebuje vsaka družina 3 ključe?

37. Štiri največja pristanišča v Evropi so Rotterdam, London, Antwerpen in Hamburg. V Hamburg prispe dnevno okoli 60 prekomorskih ladij, 80 rečnih ladij, 3500 železniških vagonov in 4000 tovornjakov. Koliko ladij, vagonov in tovornjakov je to v enem letu (365 dni)?

38. V londonskem pristanišču natovorijo na dan okoli 5 000 železniških vagonov in 6 000 tovornjakov (en vagon oziroma en tovornjak ima nosilnost 20 ton). Koliko ton natovorijo v enem letu, če upoštevaš 300 delovnih dni?

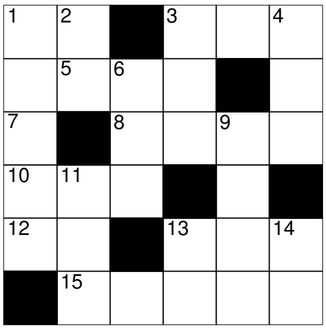


39. Ladja ima na krovu 200 000 škatel banan.

(a) Izračunaj težo tovora, če tehta vsaka škatla 12 kilogramov.

(b) Koliko banan je na ladji, če jih je v vsaki škatli približno 75?

40. Izpolni naslednjo križanko.



Vodoravno:
1. $5 \cdot 15$ **3.** $9 \cdot 13$ **5.** $3 \cdot 140$
8. $3 \cdot 2010$ **10.** $12 \cdot 40$ **12.** $13 \cdot 6$
13. $5 \cdot 15$ **15.** $6 \cdot 144$

Navpično:
2. $6 \cdot 9$ **3.** $4 \cdot 25$ **4.** $6 \cdot 120$
6. $4 \cdot 65$ **7.** $21 \cdot 7$ **9.** $42 \cdot 8$
11. $8 \cdot 111$ **13.** $16 \cdot 4$ **14.** $4 \cdot 17$

41. Računaj na pamet.

(a) $45 : 5$; $32 : 4$; $36 : 4$; $27 : 3$; $35 : 5$; $30 : 2$

(b) $36 : 6$; $81 : 9$; $56 : 7$; $42 : 6$; $72 : 8$; $72 : 9$

(c) $80 : 5$; $63 : 7$; $27 : 9$; $48 : 6$; $0 : 9$; $44 : 4$

42. Deli in naredi preskus.
Primer: $48 : 6 = 8$. Preizkus: $8 \cdot 6 = 48$

(a) $55 : 5$; $50 : 10$; $60 : 12$; $49 : 7$; $0 : 5$

(b) $100 : 20$; $42 : 3$; $60 : 15$; $90 : 18$

(c) $32 : 2$; $120 : 124$; $70 : 5$; $120 : 15$

43. Razpolovi števila:

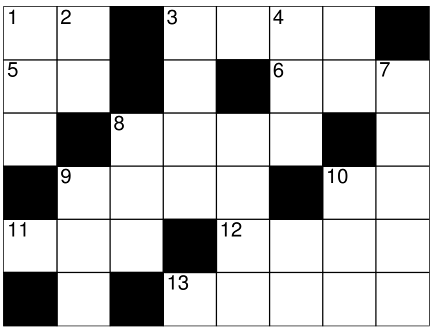
(a) 38, 48, 64, 70, 76, 88, 92, 98

(b) 108, 150, 182, 198, 212, 336

(c) 500, 1500, 2050, 4150, 8250

(d) 2222, 8888, 2468, 1010, 7090

44. Izpolni naslednjo križanko.



Vodoravno:
1. $225 : 15$ **3.** $3150 : 3$ **6.** $1212 : 3$
8. $12012 : 4$ **9.** $5050 : 5$ **10.** $88 : 2$
11. $990 : 9$ **12.** $4800 : 4$ **13.** $241812 : 43$

Navpično:
1. $750 : 6$ **2.** $750 : 15$ **3.** $5005 : 5$
4. $1086 : 2$ **7.** $121212 : 3$ **9.** $888 : 8$
10. $12000 \cdot 30$

4.6 Vaje z enačbami (množenje in deljenje)

Namesto neznanke x zapiši število tako, da bo enakost uresničena.

1. **(a)** $x : 4 = 12$ **(b)** $x : 5 = 25$ **(c)** $x : 3 = 15$ **(d)** $x : 7 = 12$ **(e)** $x : 9 = 50$

2. **(a)** $x : 13 = 4$ **(b)** $x : 25 = 8$ **(c)** $x : 53 = 14$ **(d)** $x : 65 = 28$ **(e)** $x : 13 = 27$

3. **(a)** $8 : x = 4$ **(b)** $25 : x = 5$ **(c)** $32 : x = 8$ **(d)** $72 : x = 9$ **(e)** $75 : x = 25$

4. **(a)** $100 : x = 25$ **(b)** $70 : x = 14$ **(c)** $48 : x = 6$ **(d)** $156 : x = 13$ **(e)** $132 : x = 12$

5. **(a)** $4 \cdot x = 20$ **(b)** $25 \cdot x = 125$ **(c)** $8 \cdot x = 72$ **(d)** $7 \cdot x = 63$ **(e)** $45 \cdot x = 90$

6. **(a)** $13 \cdot x = 195$ **(b)** $39 \cdot x = 468$ **(c)** $75 \cdot x = 300$ **(d)** $92 \cdot x = 2200$ **(e)** $36 \cdot x = 180$

7. $11 \cdot x = 209$

8. $x \cdot 36 = 3996$

9. $15 \cdot 30 \cdot 7 = 25 \cdot x$

10. $(34 + 25 + 41) \cdot x = 22 \cdot 100 + 28 \cdot 100$

11. $2 \cdot x \cdot 14 = (35 + 21) \cdot (35 - 22)$

12. $6 \cdot x + 9 \cdot x + 5 \cdot x = (15+5) \cdot (97-27) \cdot (1001-999)$

13. $y : 13 = 13$

14. $450 = y : 45$

15. $y : (95 - 81) = 109 - 33 \cdot 3$

16. $3 = y : (31 \cdot 5 - 29 \cdot 4)$

17. $y : (1777 - 999) = 65 + 18 \cdot 2 - 4 \cdot 25$

18. $(y + 18) : 35 = (485 + 215) : 35$

19. $144 : z = 18$

20. $32 = 1024 : z$

21. $720 : z = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$

22. $(31 \cdot 9 - 19 \cdot 5 - 46 \cdot 4) : z = 0$

23. $(44 + 11 \cdot 8) : z = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 11$

24. $85 : z + 40 : z - 35 : z = 4532 - 31 \cdot 45$

25. **(a)** Izračunaj količnik števil 120 in 30.

(b) Deljenec je 98, delitelj pa 7. Kolikšen je količnik?

(c) Količnik je 8, deljenec pa 120. Kolikšen je delitelj?

(d) Delitelj je 11, količnik pa 150. Kolikšen je deljenec?

(e) Izračunaj količnik vsote števil 8 in 4 in razlike istih dveh števil.

(f) Izračunaj količnik produkta števil 6 in 15 ter vsote števil 2 in 13.

26. Zamenjaj □ z ustreznim številom.

(a)
$72 \xrightarrow{:9} \square$
$63 \xrightarrow{:\square} 9$
$\square \xrightarrow{:8} 7$

(b)
$180 \xrightarrow{:12} \square$
$169 \xrightarrow{:\square} 13$
$\square \xrightarrow{:19} 9$

(c)
$125 \xrightarrow{:\square} 5$
$380 \xrightarrow{:19} \square$
$\square \xrightarrow{:26} 4$

(d)
$\square \xrightarrow{:90} 8$
$3200 \xrightarrow{:20} \square$
$600 \xrightarrow{:\square} 50$

27. Nekemu številu sem prištel 209 in dobil 481. Kateremu številu sem prištel 209?

28. Katero število moraš prišteti številu 2063, da dobiš 3051?

29. Neko število sem pomnožil s 67 in dobil 4489. Katero število sem množil s 67?

30. Jana je število svojih let pomnožila z največjim dvomestnim številom in dobila 1188. Koliko let ima Jana?

31. Če od nekega števila odštevaš zmnožek 19 · 27, dobiš 141. Od katerega števila moraš odšteti ta produkt?

32. Borut bo čez 20 let star toliko, kot je bil njegov ded pred 30 leti. Koliko je star Borut, če ima njegov ded 55 let?

33. Na vprašanje, koliko je visok, je Matej odgovoril: "Če bi bil 25 cm višji, bi mi do dveh metrov manjkala še dva centimetra." Koliko je visok Matej?

34. Če neko število odštevaš od zmnožka števil 48 in 55, dobiš količnik števil 35200 in 55. Katero število odštevaš?

35. Janko je v knjigarni porabil 32 €, v papirnici 14,5 € in v slaščičarni 7,5 €. Koliko denarja je imel pri sebi, če mu je ostalo še 5 €?

36. Starogrški matematik, fizik, mehanik, izumitelj, inženir in astronom Arhimed se je rodil leta 287 pr. n. št. v Sirakuzah na Siciliji, umrl pa v 75. letu starosti. Katerega leta je umrl Arhimed?

37. Prvi rimski cesar Gaj Avgust Oktavijan se je rodil leta 63 pr. n. št, umrl pa leta 14 n.š. V katerem letu starosti je umrl?

4.7 Računski zakoni

1. Uporabi asociativnostni zakon ter oklepaje postavi tako, da bo računanje spretnejše. Po potrebi zamenjaj vrstni red členov.

(a) $94 + 6 + 59$
(b) $74 + 91 + 9$
(c) $288 + 12 + 26$
(d) $99 + 1 + 42 + 18$
(e) $64 + 86 + 12 + 36$
(f) $57 + 75 + 13 + 25$
(g) $69 + 68 + 42 + 31$
(h) $38 + 79 + 14 + 21 + 62$

2. Pri množenju naslednjih števil pravilno uporabi asociativnostni zakon.

(a) $7 \cdot 4 \cdot 5$
(b) $5 \cdot 6 \cdot 3$
(c) $5 \cdot 20 \cdot 9$
(d) $4 \cdot 25 \cdot 8$
(e) $9 \cdot 2 \cdot 50$
(f) $4 \cdot 25 \cdot 11$
(g) $6 \cdot 8 \cdot 25$
(h) $13 \cdot 25 \cdot 4$
(i) $40 \cdot 25 \cdot 17$
(j) $8 \cdot 125 \cdot 7$
(k) $7 \cdot 200 \cdot 5$
(l) $23 \cdot 4 \cdot 250$

3. Pri množenju naslednjih števil pravilno uporabi asociativnostni zakon tako, da bo račun čim bolj enostaven. Kjer je potrebno, uporabi tudi komutativnostni zakon.
Primer: $4 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 12 = (4 \cdot 25) \cdot 7 \cdot (5 \cdot 12) = 100 \cdot 7 \cdot 60 = 100 \cdot (7 \cdot 60) = 100 \cdot 420 = 4200$

(a) $4 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 10$
(b) $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 2$
(c) $2 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 5$
(d) $2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 20$
(e) $25 \cdot 4 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 7$
(f) $14\dot{1}25 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 20$
(g) $4 \cdot 5 \cdot 75 \cdot 2 \cdot 250$
(h) $8 \cdot 25 \cdot 0 \cdot 50$

4. Pri množenju naslednjih števil pravilno uporabi asociativnostni zakon tako, da bo račun čim bolj enostaven. Kjer je potrebno, uporabi tudi komutativnostni zakon.
Primer: $40 \cdot 6 \cdot 125 \cdot 5 \cdot 50 \cdot 8 = 5 \cdot 6 \cdot 125 \cdot 8 \cdot 40 = \cdot 30 \cdot 1000 \cdot 2000 = 60.000.000$

(a) $4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 25$
(b) $125 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 30$
(c) $30 \cdot 125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 30 \cdot 4$
(d) $40 \cdot 15 \cdot 75 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 20$
(e) $20 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 4$
(f) $19 \cdot 5 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4$

5. Enega od faktorjev zapiši kot vsoto in nato spretno izračunaj na pamet.
Primer: $36 \cdot 8 = (30 + 6) \cdot 8 = 30 \cdot 8 + 6 \cdot 8 = 288$

(a) $23 \cdot 6$, $34 \cdot 7$, $51 \cdot 9$
(b) $61 \cdot 12$, $72 \cdot 11$, $13 \cdot 81$
(c) $102 \cdot 9$, $203 \cdot 8$, $7 \cdot 510$

6. Enega od faktorjev zapiši kot razliko in nato izračunaj na pamet.
Primer: $49 \cdot 7 = (50 - 1) \cdot 7 = 50 \cdot 7 - 1 \cdot 7 = 350 - 7 = 343$

(a) $29 \cdot 8$, $39 \cdot 9$, $48 \cdot 6$
(b) $39 \cdot 11$, $49 \cdot 12$, $13 \cdot 59$
(c) $98 \cdot 7$, $199 \cdot 6$, $4 \cdot 499$

7. Spretno izračunaj.

(a) $21 \cdot 8$
$31 \cdot 7$
$6 \cdot 51$
$62 \cdot 9$

(b) $49 \cdot 7$
$39 \cdot 8$
$8 \cdot 49$
$7 \cdot 99$

(c) $6 \cdot 102$
$8 \cdot 199$
$44 \cdot 11$
$12 \cdot 29$

8. Odpravi oklepaje in izračunaj. **Primer:** $8 \cdot (20 + 3) = 8 \cdot 20 + 8 \cdot 3 = 184$

(a) $5 \cdot (10 + 7)$

(b) $6 \cdot (20 + 6)$

(c) $4 \cdot (25 + 3)$

(d) $12 \cdot (20 + 7)$

(e) $7 \cdot (10 + 8)$

(f) $4 \cdot (30 + 9)$

(g) $8 \cdot (40 + 3)$

(h) $15 \cdot (30 + 6)$

9. Zakon o razčlenjevanju velja tudi, če je v oklepaju več členov.
Primer: $347 \cdot 8 = 300 \cdot 8 + 40 \cdot 8 + 7 \cdot 8 = 2400 + 320 + 36 = 2776$

(a) $34 \cdot 6$

(b) $358 \cdot 9$

(c) $713 \cdot 5$

(d) $976 \cdot 3$

(e) $12 \cdot 8 + 15 \cdot 8 + 23 \cdot 8$

(f) $27 \cdot 80 + 34 \cdot 80 + 19 \cdot 80$

10. V nalogi manjka oklepaj. V zvezek zapiši izraz z oklepajem.

(a) $9 \cdot 5 + 6 = 99$

(b) $55 - 5 \cdot 4 = 200$

(c) $5 + 9 \cdot 10 = 140$

(d) $3 \cdot 11 - 7 = 12$

(e) $5 + 13 + 12 \cdot 8 = 240$

(f) $27 + 22 + 21 \cdot 8 = 560$

(g) $29 \cdot 7 + 14 - 11 = 290$

(h) $15 \cdot 21 + 37 - 43 = 225$

(i) $25 \cdot 16 + 14 - 20 = 730$

(j) $26 + 15 \cdot 14 + 36 = 776$

11. Lažje računaš, če uporabiš zakon o razčlenjevanju.
Primer: $(360 + 9) : 9 = 360 : 9 + 9 : 9 = 40 + 1 = 41$

(a) $(560 + 32) : 8$

(b) $(700 + 63) : 7$

(c) $(450 + 36) : 9$

(d) $(660 + 33) : 11$

(e) $(300 - 48) : 6$

(f) $(600 - 36) : 12$

(g) $(390 - 26) : 13$

(h) $(510 - 34) : 17$

12. Izpostavi skupni faktor in izračunaj. **Primer:** $7 \cdot 23 + 7 \cdot 17 = 7 \cdot (23 + 17) = 280$

(a) $5 \cdot 17 + 5 \cdot 33$

(b) $4 \cdot 71 + 4 \cdot 19$

(c) $6 \cdot 22 + 6 \cdot 48$

(d) $9 \cdot 14 + 9 \cdot 66$

(e) $11 \cdot 19 + 11 \cdot 61$

(f) $95 \cdot 8 + 105 \cdot 8$

(g) $101 \cdot 7 + 7 \cdot 99$

(h) $19 \cdot 12 + 18 \cdot 12$

(i) $12 \cdot 23 + 27 \cdot 12$

(j) $21 \cdot 18 + 22 \cdot 214$

4.8 Številski izrazi z vsemi operacijami

1. $(18 - 12 : 2 + 5) - (24 : 8 - 1 \cdot 3)$ [17]

2. $21 - (3 + 30 : 6 - 2) + (8 \cdot 2 - 15 : 3)$ [26]

3. $5 + 2 \cdot 3 + (7 - 36 : 9 + 1) - (3 + 4 \cdot 2)$ [4]

4. $8 \cdot 4 - (12 : 12 + 39 : 13) + (7 \cdot 5 - 3 \cdot 3)$ [54]

5. $(28 : 7 - 18 : 6) \cdot 3 + 10 - (3 \cdot 1 + 18 : 9)$ [8]

6. $25 + (30 - 12 : 4 - 17) \cdot (3 + 7 \cdot 2 - 7)$ [125]

7. $2 \cdot 15 - (3 \cdot 2 + 2 \cdot 7) : (38 : 2 - 14)$ [26]

8. $3 \cdot 2 + 15 : 5 - (7 \cdot 6 + 8) : (64 - 6 \cdot 9)$ [4]

9. $18 \cdot 3 - (25 : 5 + 36 : 12 - 5 - 3) \cdot 28 - (10 \cdot 3 + 4)$ [20]

10. $(42 - 5 \cdot 8 + 27 : 9) \cdot 14 - 9 \cdot 7 - (6 \cdot 2 + 8) : 5$ [3]

11. $(11 \cdot 3 + 7 - 169 : 13) - (3 \cdot 5 - 12 + 8) \cdot 2$ [5]

12. $(23 - 8 \cdot 2) \cdot (28 : 4 + 1) - (9 \cdot 8 - 30)$ [14]

13. $[(18 \cdot 2 - 5 \cdot 4) : 4 + (81 - 7 \cdot 8) : 5] \cdot 2 - 48 : 8$ [12]

14. $8 + [(23 + 7 - 3 \cdot 5) \cdot 3] : 15 + (4 \cdot 3 + 6 - 12) : 3$ [13]

15. $(7 \cdot 6 : 2 + 4) \cdot 3 + [5 + (28 + 26 : 13 + 36 : 12) \cdot 3] : 4$ [101]

16. $15 + [18 \cdot 2 - (64 : 16 - 2 + 28)] : 2 + (20 : 4)$ [23]

17. $5 + [(48 : 6 : 2 + 5) \cdot 5 - (117 : 13 + 1)] : 7 + 3$ [13]

18. $[8 + (33 : 3 - 18 : 9 + 4) \cdot 2] : (5 \cdot 5 - 23) + 2 \cdot 5$ [27]

19. $14 \cdot 3 : [(6 \cdot 3 + 72 : 9) : 13 + (81 : 9 + 3 - 1) : 11] - 12$ [2]

20. $(92 - 5 \cdot 4) : [49 + 8 - (7 \cdot 8 - 7)] + (2 \cdot 3 + 4) : 5$ [11]

21. $32 - (38 + 2 \cdot 9) : (27 : 9 + 1) - [61 - (4 \cdot 5 - 11)] : 4$ [5]

22. $[(7 + 21 \cdot 3) : (15 - 5) + (1 + 2 \cdot 7) : 5] : 10$ [1]

23. $[7 + 2 - (15 - 3 \cdot 4) + 5 \cdot (10 - 49 : 7)] : 3 + 1$ [8]

24. $[3 + (21 : 3 - 3 \cdot 2 + 5) \cdot 2] : (33 : 3 - 6) + 18$ [21]

25. $4 + 5 + [(2 + 27 : 9 + 10) \cdot 3 - (8 : 4 + 7 + 12)] : 8$ [12]

26. $\{12 + [(7 \cdot 4) : 2 + 1] : 5 + 9\} : 3$ [8]

27. $[(2 \cdot 10 + 9 - 4 \cdot 4) \cdot 3 + 45] : 21 + 16 : 4$ [8]

28. $11 \cdot 7 : [6 \cdot 6 + 19 - (4 \cdot 9 + 8)] + (24 : 2 + 3) : 15 - 4$ [4]

29. $[4 \cdot (39 : 3 + 1) - (9 \cdot 3 - 7 \cdot 3)] : 5 + 3$ [13]

30. $[(3 \cdot 6 + 3) : 7 + (13 + 16 : 8) : 3 + 2 \cdot 7] - 20$ [2]

31. $7 \cdot 4 - (6 \cdot 6 + 8) : (8 + 21 : 7) - [6 \cdot 5 - (2 \cdot 9 - 2)] : 14$ [23]

32. $(9 \cdot 8 + 3) : [(12 + 24 : 6) : 4 + (64 : 16 + 15 : 5) : 7]$ [15]

33. $\{9 \cdot 5 - [20 : (13 - 3 \cdot 3) + 1] \cdot 4 : 8\} : 6 + (5 - 12 : 6)$ [10]

34. $\{2 \cdot 2 \cdot [24 - (7 \cdot 6 - 22)] + (2 + 7 \cdot 3)\} : (53 - 10 \cdot 4)$ [3]

35. $15 - \{11 \cdot 2 - (8 \cdot 8 + 11) : 15 - [90 - (2 \cdot 3 + 4)] : 20\}$ [2]

36. $28 + \{[3 \cdot 9 - (11 \cdot 3 + 2) : 5] : 4\} : 5 + 1$ [30]

37. $[1 + (30 : 3 - 16 : 2 + 1) \cdot 3] : (45 : 5 - 4) + 18$ [20]

38. $8 \cdot 8 : [8 \cdot 2 \cdot 3 - (2 \cdot 14 + 4)] + 15 : 3 - 9$ [0]

39. $50 : \{(18 \cdot 4 + 8) : [(7 \cdot 3 + 19) : 10 + (48 : 6 + 4) : 3]\}$ [5]

40. $\{12 \cdot [2 \cdot 7 - (5 \cdot 2 + 2)] + 31\} : (3 \cdot 7 - 10) + 5$ [10]

41. $4 + \{[12 \cdot 3 - 6 \cdot 6 + (15 - 36 : 3)] : (16 + 2 - 15)\} + (4 + 21 : 3)$ [16]

42. $16 + 42 : 3 : (1 + 13 : 13) - \{2 \cdot 13 - 3 \cdot [4 \cdot (8 - 7 \cdot 1)] : 2\}$ [3]

43. $\{[(5 - 2 + 7 \cdot 2) \cdot 2 - 13 + 10 \cdot 2] - 21\} : (5 + 3 \cdot 7 - 6)$ [1]

44. $\{[8 + 2 \cdot (14 - 39 : 13)] : 5 - 48 : 12 + 31\} : 11 + (18 - 4 \cdot 4)$ [5]

45. $13 + \{[(5 + 14 \cdot 2) : 3 + 18 : 6] \cdot 10 + 56 : 7\} : [2 \cdot (16 \cdot 4 - 9 \cdot 3)]$ [15]

46. $(24 \cdot 3 + 12 \cdot 4) + 7 \cdot 5 : \{34 + 2 \cdot [4 + 3 \cdot (2 \cdot 8 - 12) - 10] - 5 \cdot 9\}$ [155]

47. $28 + \{[(35 : 5 + 7) : 14 \cdot 120] - [(12 \cdot 7) : 2 + 29 \cdot 2]\} : 10$ [30]

48. $\{[8 + 13 \cdot 3 \cdot (25 : 5 + 3) - 16 \cdot 4] : (73 + 8 - 16 \cdot 5 + 15)\} + 21 \cdot 4$ [100]

49. $\{(10 \cdot 6 + 120 \cdot 2) : 100 + 63 \cdot 2 : [5 \cdot 8 + (37 - 33) : 2]\} \cdot (18 : 3)$ [36]

50. $(13 - 10 + 19 \cdot 3) : [8 \cdot 10 - (8 + 5) \cdot (15 - 9) + 32 : 8] + 4$ [14]

51. $15 + \{[8 + 7 \cdot (21 : 3 - 5) : 2 - 28 : 7] + 19\} : 6 + 36 : 4$ [29]

52. $\{63 : 9 + 5 - [72 + 2 \cdot 4 - (12 \cdot 3 + 3 \cdot 2)] : 19 + 7\} \cdot 5 - 41$ [44]

53. $10 + \{7 + [(7 \cdot 4 + 1 - 16) \cdot 3 + (5 \cdot 8 + 5)] : 21 + 4\} - (7 + 3 \cdot 6)$ [0]

54. $\{8 + [21 : 3 + 2 \cdot (44 : 11 - 3)] : (52 - 7 \cdot 7)\} : 11 + 6 \cdot 4$ [25]

55. $[(37 + 2) \cdot 3 + 105 - 172] : 10 + \{[83 - 38 + 7 \cdot (15 - 8)] : 47 + 88\} : 15$ [11]

56. $36 : \{(4 \cdot 7 + 5 \cdot 2) : 2 - [2 \cdot 7 - (5 \cdot 5 - 80 : 20) : 7 - 32 : 8] : 7\}$ [2]

57. $\{120 - 2 \cdot [14 - 2 \cdot (10 - 5)] - 16 : 4\} : [18 - 2 \cdot (3 + 24 : 4)]$ [nesmiselno]

4.9 Besedilne naloge z uporabo ene neznanke

1. Razdeli število 675 na tri dele tako, da bo drugi del dvakrat večji od tretjega in prvi trikrat večji od drugega. [450; 150; 75]

2. Določi števili, katerih vsota je 860, večje število pa je štirikratnik manjšega. [172; 688]

3. Dva delavca delata pri istem podjetju; prvi, ki zasluži 2,25 € na dan več kot drugi, prejme konec meseca 174,50 € več kot drugi. Koliko je zaslužil na dan vsak izmed obeh delavcev, če je prvi delal 27 dni, drugi pa 22 dni? [25 €; 22,75 €]

4. Oče in sin imata danes skupno 86 let. Pred 7 leti je bil oče trikrat starejši od sina. Izračunaj starost vsakega izmed njiju. [61; 25]

5. Dva brata sta si razdelila znesek 82,90 €, tako da je drugi dobil 12,50 € manj kot prvi. Koliko je dobil vsak? [47,70 €; 22,75 €]

6. Na neki razstavi stane vstopnica za otroke 1,40 €, za odrasle pa 3 €. Blagajnik je prodal 580 listkov in vnovčil 1548 €. Koliko otrok in koliko odraslih si je ogledalo razstavo? [460; 120]

7. Dva prijatelja imata skupaj 36 €; če bi dal prvi drugemu 2,50 €, pa bi imela oba enak znesek denarja. Koliko ima vsak? [19,25 €; 16,75 €]

8. Za 3 kg pomaranč in 5 kg jabolk plačaš skupno 15,30 €. Če bi kupil 6 kg pomaranč in 2 kg jabolk, bi plačal 16,20 €. Koliko stane kg pomaranč in koliko kg jabolk?

[2,10 €; 1,80 €]

9. Učenec kupi 5 zvezkov in 2 svinčnika in plača 9 €; če kupi 2 zvezka in 2 svinčnika, plača 4,50 €. Ugotovi ceno zvezka in svinčnika. [1,50 €; 0,75 €]

10. Kmet ima dva soda, ki držita 164 ℓ oljčnega olja različne kakovosti. Ko je prodal 42 ℓ olja prve vrste in 26 ℓ olja druge vrste, je ostala v obeh sodih enaka količina olja. Kolika je prostornina vsakega soda? [90 ℓ; 74 ℓ]

11. Sosed je kupil enako število krožnikov in kozarcev in jih plačal po 4,25 oz. 1,70 €. Koliko krožnikov je kupil, če je porabil skupno 71,40 €? [12]

12. Dva avtomobila odpeljeta hkrati drug proti drugemu iz dveh mest, ki sta oddaljeni 745 km. Čez koliko časa se bosta srečala, če vozi prvi s hitrostjo 84 km na uro in drugi 65 km na uro? [5 ur]

13. Trije železni drogovi merijo skupno 106 m, prvi je za 8 m krajši od drugega, tretji pa presega drugega za 15 m. Izračunaj dolžino vsakega od treh drogov. [25 m; 33 m; 48 m]

14. 4 sodi držijo skupno 308 ℓ; drugi sod drži 12 ℓ več kot prvi, tretji 5 ℓ manj kot drugi, četrti pa 3 ℓ manj kot drugi. Koliko ℓ drži vsak sod? [70 ℓ; 82 ℓ; 77 ℓ; 79 ℓ]

15. Brat in sestra imata skupno 34 €; če bi dala sestra bratu 5,40 €, bi imela oba enak znesek denarja. Koliko ima vsak izmed njiju? [22,40 €; 11,60 €]

16. Nekdo kupi srajco, klobuk in ruto; srajca in klobuk staneta skupno 105 €, srajca in ruta skupno 98 €, ruta in klobuk pa 83 €. Koliko stanejo srajca, ruta in klobuk? [60 €; 45 €; 38 €]

5 Potence naravnih števil

Definicija: Potenca naravnega števila a^n je produkt n enakih faktorjev a.

Številu a pravimo **osnova**, številu n pa **eksponent.**

eksponent

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-krat}$$

osnova

Potenco števila a izračunamo tako, da število a pomnožimo s samim seboj tolikokrat, kolikor nam pove eksponent.

Primeri:

(a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$

(b) $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

(c) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$

(d) $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$

POMNI! Potenci z eksponentom 2 pravimo tudi **kvadrat,** npr. 25 je kvadrtat števila 5. Potenci z eksponentom 3 pravimo tudi **kub,** npr. 27 je kub števila 3.

5.1 Lastnosti potenc

1. Če je osnova enaka 1, potem je vrednost potence 1 za katero koli vrednost eksponenta n.
2. Če je eksponent enak 1, potem je vrednost potence enaka osnovi.
3. Če je eksponent enak 0, potem je vrednost potence enaka 1 za katerokoli vrednost $a \neq 0$.

$$\boxed{1^n = 1} \quad \boxed{a^1 = a} \quad \boxed{a^0 = 1}$$

Zakaj je $a^0 = 1$?
Vzemimo npr. potence števila 2, ki so zapisane v spodnji tabeli.

Potenca	Vrednost
2^0	?
2^1	2
2^2	4
2^3	8

Hitro opazimo, da vrednosti v novi vrstici dobimo tako, da vrednost v dani vrstici pomnožimo z 2. Zadevo pa lahko gledamo tudi obratno, novo vrednost delimo z 2, da dobimo predhodno. Velja, da je $2 : 2 = 1$; posledično je tudi $2^0 = 1$.

5.2 Računanje s potencami

5.2.1 Množenje potenc z enako osnovo

Produkt potenc z enako osnovo izračunamo tako, da **osnovo prepišemo**, **eksponenta** pa **seštejemo**.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Primeri:

(a) $2^2 \cdot 2^4 = 2^{2+4} = 2^6 = 64$ **(b)** $5^2 \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^{2+1+3} = 5^6$ **(c)** $3^2 \cdot 3 = 3^3 = 27$

5.2.2 Deljenje potenc z enako osnovo

Količnik potenc z enako osnovo izračunamo tako, da **osnovo prepišemo**, **eksponenta** pa **odštejemo.**

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

POMNI! Količnik lahko izračunamo v $\mathbb{N}$ le, če je $n \geq m$.

Primeri:

(a) $2^4 : 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$ **(b)** $3^3 : 3 = 3^{3-1} = 3^2 = 9$ **(c)** $(5^4 : 5) : 5^3 = 5^{4-1-3} = 5^0 = 1$

5.2.3 Potenciranje potenc

Potenco potence izračunamo tako, da **osnovo** prepišemo, **eksponente** pa **pomnožimo.**

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Primeri:

(a) $(2^4)^2 = 2^{4 \cdot 2} = 2^8$ **(b)** $(5^2)^5 = 5^{2 \cdot 5} = 5^{10}$ **(c)** $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$

5.2.4 Množenje in deljenje potenc z enakim eksponentom

Produkt potenc z istim eksponentom izračunamo tako, da produkt osnov potenciramo na n. Količnik potenc z enakim eksponentom izračunamo tako, da količnik osnov potenciramo na n.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \qquad a^n : b^n = (a : b)^n$$

Primeri:

(a) $2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$

(b) $21^4 : 7^4 = (21 : 7)^4 = 3^4 = 81$

(c) $4^3 \cdot 2^3 = (4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$

(d) $12^5 : 6^5 = (12 : 6)^5 = 2^5 = 32$

6 Vaje s potencami naravnih števil

1. Izberi pravilni odgovor.

$4^3 =$ **(a)** $4 \cdot 3$ **(b)** $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ **(c)** $4 \cdot 4 \cdot 4$

$2^5 =$ **(a)** $5 \cdot 5$ **(b)** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ **(c)** $2 \cdot 5$

2. Izračun nekaterih potenc je nepravilen. Ugotovi napake in jih odpravi.

(a) $3^2 = 15$ **(c)** $10^4 = 1000$ **(e)** $10^3 = 1000$ **(g)** $15^2 = 30$

(b) $2^5 = 64$ **(d)** $10^2 = 20$ **(f)** $2^5 = 10$ **(h)** $30^2 = 900$

3. Napiši v obliki potence.

(a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ **(d)** $9 \cdot 9 \cdot 9$ **(g)** $3 \cdot 3$

(b) $7 \cdot 7 \cdot 7$ **(e)** $5 \cdot 5 \cdot 5$ **(h)** $5 \cdot 5 \cdot 5$

(c) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ **(f)** $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15$ **(i)** $8 \cdot 8 \cdot 8$

4. Napiši v obliki potence. Kjer je potrebno uporabi komutativnostni zakon.

(a) $5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 6$ **(c)** $6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4$ **(e)** $5 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

(b) $2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10$ **(d)** $10 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ **(f)** $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$

5. Določi osnovo x tako, da bo enakost uresničena.

(a) $x^2 = 16$ **(c)** $x^5 = 0$ **(e)** $x^1 = 29$

(b) $x^8 = 1$ **(d)** $x^3 = 216$ **(f)** $x^2 = 36$

6. Določi eksponent x tako, da bo enakost uresničena.

(a) $2^x = 8$ **(c)** $5^x = 25$ **(e)** $4^x = 64$

(b) $3^x = 81$ **(d)** $0^x = 0$ **(f)** $5^x = 125$

7. Reši z uporabo pravila za množenje potenc z isto osnovo.

(a) $5^3 \cdot 5^4$ **(c)** $4^5 \cdot 4^2$ **(e)** $3 \cdot 3 \cdot 3^3$ **(g)** $4^3 \cdot 4^5 \cdot 4$

(b) $8^6 \cdot 8^2$ **(d)** $7^2 \cdot 7^2$ **(f)** $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5$ **(h)** $6^2 \cdot 6^6 \cdot 6^2$

8. Reši z uporabo pravila za deljenje potenc z isto osnovo.

(a) $7^5 : 7^3$ **(c)** $4^6 : 4^2$ **(e)** $7^9 : 7^3 : 7^2$ **(g)** $4^9 : 4^8 : 4$

(b) $10^8 : 10^5$ **(d)** $6^{12} : 6^9$ **(f)** $3^{12} : 3^6 : 3^2$ **(h)** $6^5 : 6 : 6^2$

9. Reši z uporabo pravila za potenciranje potenc.

(a) $(5^2)^5$ **(c)** $(7^7)^7$ **(e)** $[(3)^2]^2$ **(g)** $[(10^2)^2]^2$

(b) $(2^6)^3$ **(d)** $(3^5)^{10}$ **(f)** $[(10^2)^3]^2$ **(h)** $[(10^2)^3]^2$

10. Reši z uporabo pravila za množenje potenc z istim eksponentom.

(a) $3^3 \cdot 4^3 \cdot 2^3$ **(c)** $6^3 \cdot 2^3 \cdot 1^3$ **(e)** $5^5 \cdot 2^5 \cdot 1^5$ **(g)** $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

(b) $7^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2$ **(d)** $2^8 \cdot 1^8 \cdot 0^8$ **(f)** $9^3 \cdot 4^3 \cdot 0^3$ **(h)** $8^2 \cdot 5^2 \cdot 1^2$

11. Reši z uporabo ustreznih pravil.

(a) $(3^8 : 3^6) \cdot (3^9 : 3^7)$ **(e)** $(28^6 : 2^6) : 7^6$ **(i)** $(54^3 : 2^3) : 9^3$

(b) $(4^2 \cdot 4^5) : (4^3 \cdot 4^3)$ **(f)** $(90^3 : 3^3) : 6^3$ **(j)** $(147^2 : 7^2) : 3^2$

(c) $(6^7 : 6^3) : (6^3 \cdot 6)$ **(g)** $(126^4 : 7^4) : 6^4$ **(k)** $(162^4 : 9^4) : 6^4$

(d) $(3^5 : 3^3) \cdot (3^4 : 3^2)$ **(h)** $(70^5 : 7^5) : 5^5$ **(l)** $(240^3 : 12^3) : 4^3$

12. Poišči napake ter jih odpravi.

(a) $(2^6 \cdot 2^2) : 2^6 = 2^{24} : 2^6 = 2^{18}$

(b) $(4^7 : 4^3) \cdot 4^5 = 4^{10} \cdot 4^5 = 4^{15}$

(c) $(7^5 : 7^2) \cdot (7^6 \cdot 7^3) = 7^3 \cdot 7^3 = 7^6$

(d) $(9^4 \cdot 9^3) \cdot (9^2 \cdot 9^5) = 9^7 \cdot 9^7 = 9^{49}$

(e) $(5^5)^4 : (5^9 \cdot 5^3) = (5^3)^4 : 5^{12} = 5^{12} : 5^{12} = 5^0$

(f) $(7^3 \cdot 7^2)^4 : (7^{10} \cdot 7^9) = (7^6)^4 : 7^{19} = 7^{24} : 7^{19} = 7^5$

13. Poišči napake ter jih odpravi.

(a) $(4^3)^5 : (4^2)^3 = 4^8 : 4^5 = 4^3$ **(d)** $(8^4 \cdot 8^5) : (8^6 \cdot 8^2) = 8^9 : 8^9 = 8^0$

(b) $(8^3)^2 \cdot (8^5)^2 = 8^6 \cdot 8^{10} = 8^4$ **(e)** $(7^5 \cdot 7^4) : 7^3 = 7^9 : 7^3 = 7^3$

(c) $(6^3 \cdot 6^4) \cdot (6^6 : 6^2) = 6^7 \cdot 6^3 = 6^{10}$ **(f)** $(5^2)^4 : (5^2)^2 = 5^8 : 5^4 = 5^2$

14. Izpolni naslednji tabeli.

Potenca	Osnova	Eksponent	Vrednost
2^5	2	5	32
	8	3	
6^3			
	7	4	
8^2			
	10	5	

a	a^2	a^3	a^4
0,2			
0,3			
0,4			
1,2			
1,5			
2,5			

Poenostavi naslednje izraze z uporabo pravil za računanje s potencami.

15. $(2^7 \cdot 2^0) : (2^2 \cdot 2)$ [16]

16. $(2^2 \cdot 2)^4 : (2^9 \cdot 2^2)$ [2]

17. $(3^8 \cdot 3^2) : (3^3 \cdot 3^5)$ [9]

18. $(5^5 \cdot 5^4) : (5^3 \cdot 5^4)$ [25]

19. $(6^{10} : 6^5) \cdot (6^3 : 6^2)$ $[6^6]$

20. $(7^2 \cdot 7^3)^2 : (7^4 \cdot 7^6)$ [1]

21. $(8^8 : 8^4) : (8^3 \cdot 8)$ [1]

22. $(9^6 : 9^4) \cdot (9^9 : 9^8)$ $[9^3]$

23. $(10^{16} : 10^2) : (10^4 \cdot 10^3)$ $[10^7]$

24. $(10^7 : 10^3) : (10 \cdot 10^2)$ [10]

25. $\big[(7^6 \cdot 7^8) : (7^3)^4\big] : 7^2$ [1]

26. $\big[(3^4 \cdot 3^7) : (3^4)^2\big] : 3^2$ [3]

27. $\big[(6^4 \cdot 6^6)^2 : (6 \cdot 6^2)^3\big] : 6^3$ $[6^8]$

28. $\big[(5^2 \cdot 5^0)^3 : 5\big] : (5 \cdot 5)^2$ [5]

29. $\big(5^{10} : 5^6)^2 \cdot (5^8 : 5^3)\big] : 5^{12}$ [5]

30. $\big[(13^9 : 13^7)^2 \cdot (13^8 : 13^3)\big] : 13^9$ [1]

31. $\big[(3^5 \cdot 2^5 \cdot 7^5) : (3^3 \cdot 2^3 \cdot 7^3)\big]^4 : (3^7 \cdot 2^7 \cdot 7^7)$ [42]

32. $\big[(3^6 \cdot 7^6 \cdot 2^6) : (3^2 \cdot 7^2 \cdot 2^2)\big]^3 : (3^3 \cdot 7^3 \cdot 2^3)^4$ [1]

33. $\big[(45^7 : 3^7 : 5^7) : (45^4 : 3^4 : 5^4)\big]^3 : (45^8 : 3^8 : 5^8)$ [3]

34. $\big[(84^8 : 2^8 : 6^8) : (84^5 : 2^5 : 6^5)\big]^3 : (84^9 : 2^9 : 6^9)$ [1]

35. $\big[(3^4 \cdot 2^4 \cdot 6^4) : (3^2 \cdot 2^2 \cdot 6^2)\big]^5 : (72^9 : 2^9)$ [36]

36. $\big[(2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^6) : (2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2)\big]^3 : (180^{11} : 3^{11} : 2^{11})$ [30]

37. $\big[(150^8 : 10^8 : 5^8) \cdot (150^2 : 10^2 : 5^2)\big]^2 : (126^5 : 7^5 : 6^5)^4$ [1]

38. $\big[(60^4 : 5^4 : 3^4) \cdot (60^2 : 5^2 : 3^2)\big]^2 : \big[(10^{10} \cdot 6^{10}) : 15^{10}\big]$ [16]

6.1 Izrazi s potencami naravnih števil

Poenostavi naslednje izraze s potencami naravnih števil.

1. $\left\{(4^2 - 26 \cdot 6) : 5^2 + \left[(15^2 : 3^2)^4 : 5^6\right] \cdot (12^3 : 3^3)\right\} : 4$ [401]

2. $\left\{\left[(10^2 + 8 + 5^2 - 6 \cdot 4) - (175 - 2^3 \cdot 3^2)\right]^2 - (4^2 + 3 \cdot 2^2) + 2^5\right\} : 4$ [10]

3. $\left[15 \cdot (7 - 3 \cdot 2) + (3^5 : 3^4 + 2^2 + 1) : 2^2 + 3\right] : 5 - 1 + 3$ [6]

4. $3^2 + 4^3 \cdot \left\{\left[(10 \cdot 12 - 2^3 \cdot 3^2) : (2 \cdot 3)\right]^2 - (14^6 : 14^5)\right\} - 2 \cdot 40^2$ [9]

5. $\left[(11^2 - 2^3 \cdot 3 \cdot 5)^7 \cdot (6^2 - 7 \cdot 5)^4 \cdot (5^3 - 3^2 \cdot 5)\right] : 2^3 + (16^3 \cdot 2^3)^0$ [11]

6. $\left\{6^2 + 2 + (4^2 - 13) \cdot (7 \cdot 5 - 30) - \left[(2^2 \cdot 5 + 2) - 10\right] : 2 + 3\right\} : 5^2$ [2]

7. $\left\{5^3 - 30 - 2 \cdot \left[5^2 - 4 \cdot (7^3 : 7^3 - 1 + 5)\right] + 7 \cdot 2\right\} + 5^4 : 5^4$ [100]

8. $(15^2 - 2^5 + 2) : (3^4 : 3^2 - 12^2 : 6^2) + \left[3^2 \cdot 2 : (12 - 9)^2\right] \cdot 5$ [49]

9. $\left[9^2 : (5^2 - 4^2) + 2^2 \cdot 3 : (3^2 - 3) - (2^5 + 3) : 7\right] \cdot 2^2$ [24]

10. $\left[(3^2 - 2) \cdot 5 - 3^2\right] : 13 + \left[(3^4 : 3 + 5) : 2^4 + 15\right] : 17$ [3]

11. $\left\{4 \cdot \left[4 \cdot 3 - 3 \cdot (11^2 - 3 \cdot 2^3 \cdot 5)^2\right]^2\right\} : (3^2 \cdot 3^2) \cdot 3 + \left[(5^2 + 3) : (4 \cdot 7)\right]^2$ [13]

12. $\left\{[(3 \cdot 5^2 - 3^2) : (6 : 6^0)]^4 \cdot [7 \cdot 3^2 - 2^2 \cdot 13]^2\right\} : \left\{[(15^3 : 3^3) - (2 \cdot 3 \cdot 19)]^2\right\}^3$ [1]

13. $\left\{3^2 \cdot 5 + 6^2 \cdot (15 - 3^2) \cdot [3^2 - 2 \cdot (6 \cdot 3 - 4^2)^2] - 7^2\right\} : (200 + 3 \cdot 4)$ [1]

14. $(4^2 - 1) - 2^2 \cdot (4^3 - 45 - 18) + (3 + 5 \cdot 2)^2 : [23 - 5 \cdot (3 \cdot 2 - 2^2)]$ [24]

15. $[(2 + 49^2 - 3^5) : 15 - 5^2 - 10^2 - 2 \cdot 5 + 6] \cdot [(6^2 + 2^2 \cdot 7 - 3 \cdot 2^2) : 13 - 1]$ [45]

16. $\left\{[2^3 \cdot 5^3 - 5^2 - 3 \cdot 2^3 - (7 \cdot 125 - 2 \cdot 47 \cdot 3^2)^2] : 11 - 4\right\} : 3 + 5^3 - 2^6$ [63]

17. $[(5^2 - 4^2) \cdot (15 - 7) - 2^4 \cdot 3] : [(4^2 + 7 \cdot 2) : 3 - 2] + (10 - 2^3)^2$ [7]

18. $\left\{[(10^2 \cdot 2 - 12 \cdot 4^2 + 27 : 3) : 17 + 3^2 \cdot 15 - 16] : [13^2 - (2^3 \cdot 5 + 3^2)]\right\}^7$ [1]

19. $\left\{[3^2 \cdot (18 : 6)] - (4^2 + 6 : 3)\right\} : 3 + \left[(30 : 10)^2 + 7 - 6\right] : 5 + 7$ [12]

20. $\left\{[(2^6 + 2^2) \cdot 2 - (2^2 + 55 : 11) \cdot (2 \cdot 3)] + 8^3 : 8^2\right\} : 3^4 - 2^2 \cdot 5$ [80]

21. $3 + 68 : \left\{6^2 + 1 - 3 \cdot [17 - (3^3 + 5^2 - 2 \cdot 10 - 27)] + 11 \cdot 3\right\} \cdot 3^2$ [21]

22. $\left\{15 \cdot 2^2 + 1 - 5^3 : [3 \cdot 5 - (4^3 - 2) : 31 - 2^3]\right\} : 4 + (7 - 3)^2$ [25]

23. $[(12^2 : 6^2)^2 \cdot 2^2 \cdot 5] : (5 \cdot 2^3) \cdot 2 + [49 : (2^2 + 24 : 2^3)^2] - 7$ [10]

24. $\left\{15 - 2^2 \cdot (3^5 : 3^0 - 11^2 \cdot 2) + (5^2 - 4 \cdot 3)^2 : [3^3 - 2^2 - 5 \cdot (6 - 24 : 6)]\right\}$ [24]

25. $(5^2 \cdot 2 + 50) + 3^2 \cdot 2^3 : \left\{7 \cdot 2^3 + 3 \cdot [5 + 6 \cdot (2^5 : 2^4) - 17] - 20\right\} - 32$ [70]

26. $3 \cdot 11 \cdot 5 - \left\{10^2 + 13^2 : 13 \cdot 5 - 11 \cdot 5 + [10^2 + (2^8 : 2^4) \cdot 5] : 3 - 30\right\}$ [25]

27. $\left\{2^3 - 6 \cdot 5 : [7 \cdot 2^2 - 3 - 2^2 \cdot (5^4 \cdot 5^2 : 5^5)]\right\} \cdot (10 - 2 \cdot 3)$ [8]

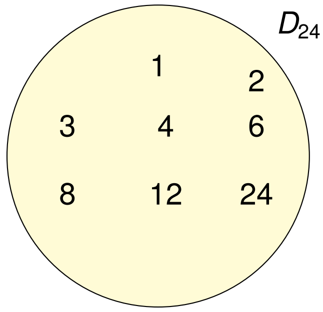
7 Delitelji in večkratniki

7.1 Delitelji

Definicija: Delitelj števila n je vsako naravno število, ki deli n brez ostanka.

Delitelji števila n sestavljajo množico deliteljev D_n. Množica deliteljev števila n je končna množica.

Primer:
Poiščimo vse delitelje števila 24. To so: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 in 24. Zapišemo: $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
Množico deliteljev števila 24 lahko prikažemo tudi z Vennovim diagramom.



7.2 Praštevila

Definicija: Praštevila so vsa tista naravna števila, ki so deljiva samo z 1 in sama s seboj in so večja ali enaka 2.

Praštevila sestavljajo množico praštevil $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...\}$. Praštevil je neskončno mnogo.

7.3 Kriteriji deljivosti

Deljivost z 2

Število je **deljivo z 2**, če je enica ena izmed naslednjih števk: 0,2,4,6 ali 8.

Primeri: Enica števila 2304 je 4, zato bo število gotovo deljivo z 2. ✓
Enica števila 1443 je 3, zato število ni deljivo z 2. ✗

Deljivost s 3

Število je **deljivo s 3**, če je vsota njegovih števk deljiva s 3.

Primer: Vsota števk števila 2304 je $2 + 3 + 0 + 4 = 9$. Ker je 9 večkratnik števila 3, potem je število 2304 gotovo deljivo s 3. ✓
Vsota števk števila 2314 je 10. Ker 10 ni večkratnik števila 3, potem 2314 ni deljivo s 3. ✗

Deljivost s 4

Število je **deljivo s 4**, če njegova desetica in enica tvorita število, ki je deljivo s 4.

Primer: Zadnji dve števki števila 2304 tvorita število 04 oz. 4, ki je deljivo s 4. Zato je s 4 deljivo tudi število 2304. ✓
Zadnji dve števki števil 2315 tvorita število 15, ki ni deljivo s 4. Zato število 2315 ni deljivo s 4. ✗

Deljivost s 5

Število je **deljivo s 5**, če je njegova enica 0 ali 5.

Primer: Število 1205 se konča s 5. Zato je število 1205 zagotovo deljivo s 5. ✓
Število 1204 se konča s 4. Zato število 1204 gotovo ni deljivo s 5. ✗

Deljivost s 6

Število je **deljivo s 6**, če je deljivo hkrati z 2 in s 3.

Primer: Za število 2304 smo ugotovili, da je deljivo z 2 in tudi s 3. Zato je število 2304 deljivo s 6. ✓
Za število 2315 smo ugotovili, da ni deljivo s 3. Zato število 2315 gotovo ni deljivo s 6. ✗

Deljivost z 9

Število je **deljivo z 9**, če je vsota njegovih števk deljiva z 9.

Primer: Vsota števk števila 2304 je $2 + 3 + 4 = 9$. Zato je število 2304 deljivo z 9. ✓
Vsota števk števila 2315 je 10. Zato število 2315 gotovo ni deljivo z 9. ✗

Deljivost z 10, 100, 1000

Število je **deljivo z 10, 100,1000,** če se konča ustrezno z eno, dvema ali tremi ničlami.

Primer: Število 12500 se konča z dvema ničlama. Zato je število 12500 zagotovo deljivo s 100. ✓
Število 12504 se ne konča z ničlo. Zato število 12504 zagotovo ni deljivo s potenco števila 10. ✗

Deljivost z 11

Število je **deljivo z 11,** če je razlika vsote njegovih števk na sodih mestih in lihih mestih 0 ali večkratnik števila 11. Na prvem mestu je enica, na drugem desetica, na tretjem stotica, itd.

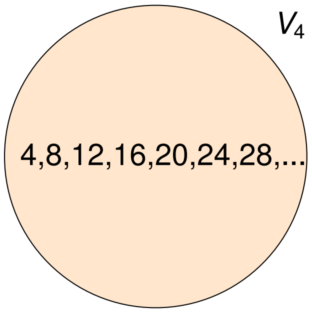
Primer: Vzemimo število 7535. Vsota števk na sodih mestih je $7 + 3 = 10$, vsota števk na lihih mestih pa $5 + 5 = 10$. Razlika je $10 - 10 = 0$, zato je število 7535 zagotovo deljivo z 11. ✓
Vzemimo število 2304. Vsota števk na sodih mestih je $0 + 2 = 2$, vsota na lihih mestih pa $4 + 3 = 7$. Razlika je $7 - 2 = 5$ zato število 2304 zagotovo ni deljivo z 11. ✗

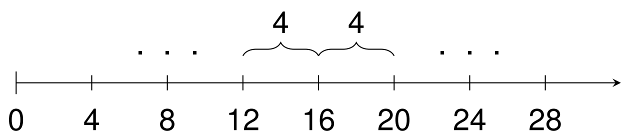
7.4 Večkratniki

Definicija: Večkratnik števila n je vsako naravno število, ki ga n deli brez ostanka.

Večkratniki števila n tvorijo množico večkratnikov V_n. Množica večkratnikov števila n je neskončna množica.

Primer: Večkratniki števila 4 so: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52,...
Zapišemo $V_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, ...\}$. Množico večkratnikov števila 4 lahko prikažemo tudi z Vennovim diagramom ali na številski premici.





7.5 Razcep na prafaktorje

Razcep na prafaktorje je algoritem (postopek), s katerim poljubno naravno število n, ki ni praštevilo, zapišemo kot produkt naravnih potenc samih različnih praštevil.

Primer:
Razcepimo na prafaktorje število 360.

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Število 360 delimo z najmanjšim možnim praštevilom, ki ga zapišemo v drugi koloni. Rezultat deljenja 360 z 2 zapišemo v prvo kolono v drugo vrstico. Dobljeni količnik ponovno delimo z najmanjšim možnim praštevilom, ki ga zapišemo v drugi koloni v drugi vrstici. Postopek ponovimo dokler ne pridemo do števila 1.

Končno lahko zapišemo število 360 kot produkt samih naravnih potenc praštevil: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

7.6 Sestavljeno število

Definicija: Pravimo, da je število sestavljeno, če ga lahko zapišemo kot produkt samih praštevil.

Primer:
Število 360, ki smo ga razstavili v prejšnjem poglavju, je **sestavljeno**, saj ga lahko napišemo kot produkt potenc samih praštevil $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

7.7 Največji skupni delitelj

Definicija: Največji skupni delitelj števil a in b je največje število D, ki hkrati deli a in b.

Primer:
Določimo največji skupni delitelj števil 36 in 54. Števili najprej razcepimo na prafaktorje.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Dani števili zapišemo kot produkt samih praštevil: $36 = 2^2 \cdot 3^2$ in $54 = 2 \cdot 3^3$.

Največji skupni delitelj števil 36 in 54 je produkt praštevil, ki **hkrati nastopajo v razcepu obeh števil z najmanjšim eksponentom.** $D(36, 54) = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$.

POMNI! Če je največji skupni delitelj števil a in b enak 1, potem pravimo, da sta si števili a in b **tuji**.

Primer:
Vzemimo števili 4 in 15. Njun največji skupni delitelj $D(4, 15) = 1$. Pravimo, da sta 4 in 15 tuji si števili.

7.8 Najmanjši skupni večkratnik

Definicija: Najmanjši skupni večkratnik števil a in b je najmanjše število v, ki je deljivo z a in z b.

Primer:
Določimo najmanjši skupni večkratnik števil 24 in 28. Števili najprej razcepimo na prafaktorje.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Dani števili zapišemo kot produkt samih praštevil: $28 = 2^2 \cdot 7$ in $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Najmanjši skupni večkratnik števil 28 in 90 je produkt **vseh predstavnikov praštevil,** ki nastopajo v razcepih z **najvišjo potenco.** $v(28, 90) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 4 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7 = 36 \cdot 35 = 1260$.

POMNI! Če sta si števili a in b tuji ($D(a, b) = 1$), potem je njun najmanjši večkratnik kar produkt števil a in b.

Primer:
Videli smo, da sta si števili 4 in 15 tuji. Zato je njun najmanjši skupni večkratnik kar $v(4, 15) = 4 \cdot 15 = 60$.

8 Vaje z delitelji in večkratniki

8.1 Delitelji in večkratniki

1. Zapiši množico večkratnikov števil 8 in 13.

2. Katera izmed števil 12, 17, 21, 28, 33, 45, 49, 54, 60, 62 in 72 so večkratniki števila 3?

3. Katera od navedenih števil niso večkratniki števila 6?
12 15 30 38 48 54 56 66

4. Dana so števila 1, 3, 7, 9, 12, 14, 17, 24, 25, 30, 34, 36, 60, 120. Izpiši tista, ki so v množicah
V_3 = ______________________________
V_4 = ______________________________
V_{12} = ______________________________
Kaj opaziš?

5. Zapiši množice deliteljev števil 1, 5, 36 in 50.

6. Dopolni manjkajoča števila:
$D_{18} = \{\_\_\_\_, 2, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 18\}$
$D_{\_} = \{\_\_\_\_, 2, 5, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, 35, \_\_\_\_\}$
$V_{\_} = \{\_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_, 35, \_\_\_\_\}$
$V_{\_}$=na sedmem mestu je število 112

7. Če je izjava pravilna, ob njej zapiši črko **P**, če je napačna, pa **N**.

(a) Število 36 je večkratnik števila 4.
(b) Število 4 je večkratnik števila 36.
(c) Število 3 je delitelj števila 36.
(d) Število 36 je delitelj števila 3.
(e) Število 36 je deljivo s številom 3.
(f) Najmanjši večkratnik števila 15 je 1.
(g) Število 5 ima 3 delitelje.
(h) Če je b večkratnik števila 8, potem je b delitelj števila 8.
(i) Če a ni večkratnik števila 3, potem a ni deljivo s 3.
(j) 1 je delitelj vsakega naravnega števila.
(k) Najmanjši delitelj vsakega števila je 1.

8. Dana so števila 15, 30 in 54.

(a) Katero število ima največ deliteljev?
(b) Katero število ima najmanj deliteljev?
(c) Katera števila so delitelji vseh treh danih števil?

9. V eni od spodnjih množic so zapisani vsi delitelji nekega števila. V kateri? Utemelji zakaj ostale množice ne morejo biti množice deliteljev.

(a) $A = \{1, 5, 6, 30\}$
(b) $B = \{1, 2, 32, 64\}$
(c) $C = \{1, 5, 25\}$
(d) $D = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$

8.2 Praštevila in sestavljena števila

1. Če je izjava pravilna, ob njej zapiši črko **P**, če je napačna, pa **N**.

   (a) Praštevila so števila, ki nimajo deliteljev.

   (b) Sestavljenih števil je nešteto.

   (c) Sestavljeno število je število, ki ima vsaj tri delitelje.

   (d) Vsa praštevila so liha.

   (e) Vsa liha naravna števila so praštevila.

   (f) Število 1 je praštevilo.

2. Eratosten iz Kirene je našel postopek, po katerem je določil vsa praštevila do nekega vnaprej določenega števila. Postopek imenujemo Eratostenovo rešeto. Bistvo postopka obstaja v tem, da sproti izločamo večkratnike posameznih praštevil, 2, 3, 5, 7,... razen praštevila samega. Izločimo tudi 1, ker ni praštevilo. Na situ ostanejo samo praštevila. Vsa praštevila do 100 zapiši na spodnjo črto.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

   Praštevila do 100 so :____

3. Utemelji, zakaj število 50 ni praštevilo.

4. Ali lahko napišeš vsa soda praštevila? Koliko jih je?

5. Med katerima dvema praštevilima ni nobenega drugega števila?

6. Ali med prvimi stotimi naravnimi števili obstajajo števila, katerih predhodnik in naslednik sta praštevili?

7. Zapiši dve praštevili, ki se razlikujeta za 4 (za 6, za 8, za 10).

8. Preglednico prepiši v zvezek in jo dopolni.

število	23	39	43	45	53
število deliteljev					
praštevilo (da/ne)					

9. Dana števila zapiši kot produkt dveh praštevil.

   (a) 15 = _____ · _____

(b) 34 = _____ · _____

(c) 57 = _____ · _____

(d) 30 = _____ · _____ · _____

10. Zapiši zaporedje desetih števil, če je vsak člen zaporedja za 5 večji od predhodnega, prvi pa je število 62. V zaporedju obkroži sestavljena števila.

8.3 Kriteriji deljivosti

1. V preglednico zapiši, če je število deljivo z danim številom.

	2	3	4	5	6	9	10	100
136								
215								
1260								
8780								
91376								
2129								
55478								
7008								
100000								
1232500								

2. Dopolni izjave:

(a) Število 116 je deljivo z 2, ker ________________________________.

(b) Števila, ki imajo na mestu enic 0 ali 5, so deljiva s ______________.

(c) Če se število končuje z ničlo, je zagotovo deljivo s ______________.

(d) S 3 so deljiva vsa števila, katerih ____________________________.

3. Števila dopolni tako, da bodo deljiva s 6:

(a) 30 _ **(b)** _ 32 **(c)** 2_ 3 **(d)** 44_

4. Obkroži števili, ki sta istočasno deljivi s 4, 5 in 9.
40 180 3925 992 20700

5. Izmed števil 76, 81, 340, 562, 1999, 2100 in 12675 zapiši tista, ki so deljiva s številom:

(a) 2____

(b) 3____

(c) 4____

(d) 6 ____

6. Izmed števil 640, 225, 73 454, 123 456 in 55 342 izpiši števila, ki niso deljiva s 3.

7. Izberi števki a in b in zapiši vsa števila tako, da bo število 5a910b deljivo s številom 5 in ne bo deljivo s številom 2.

8. Izmed števil 99, 174, 341,1962, 3999, 4014 in 17865 zapiši tista, ki so deljiva:

   (a) s številom 3

   (b) s številom 9

   (c) s številom 3 in 9

   Kaj opaziš?

Razcepi na prafaktorje naslednje skupine števil.

9. 70; 76; 80; 88
10. 150; 165; 168; 180; 185
11. 200; 212; 220; 225; 230
12. 228; 234; 240; 250; 258
13. 260; 266; 268; 270; 285
14. 300; 315; 319; 320; 321
15. 328; 330; 361; 369; 390
16. 400; 420; 425; 432; 440
17. 452; 480; 485; 488; 490
18. 2160; 1326; 9326; 7020; 6750

Z razcepom na prafaktorje izračunaj največji skupni delitelj naslednjim številskim skupinam.

19. 60 in 84; 72 in 90; 45 in 72. [12; 18; 9]
20. 30 in 78; 55 in 20; 60 in 75 [6; 5; 15]
21. 70 in 56; 63 in 48; 84 in 77 [14; 3; 7]
22. 108 in 180; 270 in 252; 140 in 200 [36; 18; 20]
23. 315 in 675; 630 in 588; 900 in 240 [45; 42; 60]
24. 594 in 693; 432 in 882; 450 in 864 [99; 18; 18]
25. 2793 in 3325; 3150 in 3675; 3528 in 3024 [133; 525; 504]
26. 3456 in 2592; 6300 in 4410; 4725 in 6125 [864; 630; 175]
27. 6084 in 5148; 6543 in 6498; 8575 in 6860 [468; 171; 1715]
28. 9625 in 7350; 6264 in 6200; 7695 in 5175 [175; 8; 45]
29. 54, 117 in 225; 90, 180 in 945 [9; 45]
30. 380, 304 in 456; 351, 468, 624 [76; 39]

Z razcepom na prafaktorje izračunaj največji skupni delitelj naslednjim številskim skupinam.

31. 380, 190, 228 in 684 [38]
32. 184, 644, 552 in 966 [46]
33. 180, 672, 528 in 300 [12]
34. 220, 308, 286 in 198 [22]
35. 1080, 1350, 1620 in 1890 [270]

Izračunaj.

36. $v(54,60)$; $v(42,45)$; $v(70,75)$ [540; 630; 1050]

37. $v(84,63)$; $v(60,72)$; $v(48,56)$ [252; 360; 336]

38. $v(180,240)$; $v(198,242)$; $v(135,315)$ [720; 2178; 945]

39. $v(594,693)$; $v(273,455)$; $v(630,588)$ [4158; 1365; 8820]

40. $v(360,270)$; $v(720,108)$; $v(561,255)$ [1080; 2160; 2805]

41. $v(580,870)$; $v(190,285)$; $v(390,325)$ [1740; 570; 950]

42. $v(441,392)$; $v(306,408)$; $v(756,630)$ [3528; 1224; 3780]

43. $v(675,450)$; $v(882,588)$; $v(306,561)$ [1350; 1764; 3366]

44. $v(315,216,504)$; $v(144,264,336$ [7560; 11088]

45. $v(351,468,858)$; $v(350,550,770)$ [15444; 3850]

46. $v(210,840,150)$; $v(420,840,980)$ [4200; 5880]

Z razcepom na prafaktorje izračunaj najmanjši skupni večkratnik naslednjim številskim skupinam.

47. 544, 816, 680, 510 [8160]

48. 375, 625, 225, 750 [11250]

49. 390, 546, 780, 312 [10920]

50. 1125, 1350, 3375, 2250 [6750]

Z razcepom na prafaktorje določi D in v naslednjim številskim skupinam.

51. 420, 540, 720 [60; 15120]

52. 600, 300, 540 [60; 5400]

53. 120, 360, 240 [120; 720]

54. 350, 700, 250 [50; 3500]

55. 450, 180, 600, 500 [10; 9000]

56. 720, 900, 360, 450 [90; 3600]

57. 270, 540, 405, 810 [135; 1620]

58. 378, 720, 810, 252 [18; 45360]

59. 561, 748, 693, 374 [11; 47124]

8.4 Besedilne naloge z delitelji in večkratniki

1. Na koliko načinov lahko razporedimo 15 CD-jev v škatle tako, da bo v vsaki škatli enako število CD-jev?
2. V motorju sta dve zobati kolesi. Prvo ima 56 zobnikov, drugo pa 42. Kolikokrat se mora zavrteti vsako kolo, da se srečajo isti zobniki?
3. Trije avtomobili tekmujejo na krožni progi. Na začetku se vsi trije nahajajo na štartu. Kdaj se ponovno srečajo na štartu, če potrebuje prvi 24 sekund, drugi 40 sekund in tretji 60 sekund, da opravijo en krog?

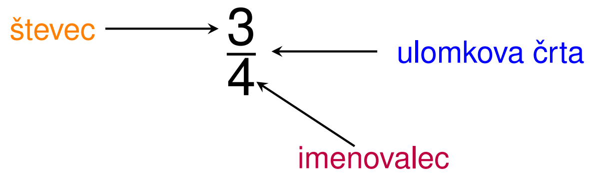
4. Matej, Luka in Maja trenirajo v isti telovadnici. Matej trenira vsake 3 dni, Luka vsakih 6 dni, Maja pa vsake 4 dni. Čez koliko dni se bodo ponovno srečali v telovadnici, če so danes trenirali skupaj?
5. Koliko enakih šopkov rož lahko sestaviš, če imaš na voljo 24 vrtnic, 60 tulipanov ter 84 marjetic? Kako bodo sestavljeni šopki?

6. Koliko enakih torb lahko napolniš, če imaš 28 flomastrov, 70 svinčnikov ter 84 zvezkov? Koliko flomastrov, svinčnikov in zvezkov bo v vsaki torbi?
7. Na šoli Ivana Trinka v Gorici obiskuje prvi razred 140 učencev, drugi 168, tretji pa 154 učencev. Koliko ekip z enakim številom tekmovalcev lahko sestavimo z učenci istega razreda in z največjim možnim številom? Koliko učencev bo v vsaki ekipi?
8. Trije svetilniki svetijo ob različnih časih. Prvi svetilnik zasveti vsakih 8 sekund, drugi vsakih 12 sekund, tretji pa vsakih 15 sekund. V določenem trenutku zasvetijo svetilniki istočasno. Čez koliko časa bodo svetilniki ponovno zasvetili istočasno?

9 Ulomki

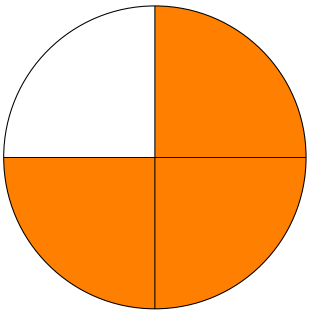
9.1 Pojem ulomka

Definicija: Ulomek je število oblike $\frac{a}{b}$, pri čemer sta a in b naravni števili in je $b \neq 0$. Število a imenujemo **števec**, število b pa **imenovalec**.

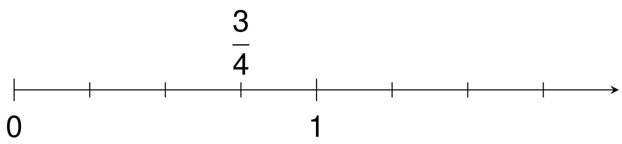


Imenovalec nam pove, na koliko enakih delov smo razdelili celoto, števec pa, koliko od teh delov smo izbrali. Ulomek $\frac{3}{4}$, nam pove, da smo celoto razdelili na 4 enake dele in vzeli 3 dele.

Ulomek $\frac{3}{4}$ ponazorimo na krogu. Krog razdelimo na 4 enake dele in od teh pobarvamo 3.



Ulomek lahko ponazorimo tudi na številski premici.



Enoto smo razdelili na štiri enake dele, ulomek $\frac{3}{4}$ napišemo nad tretjo delitveno črtico od izhodišča poltraka (vrednosti 0).

9.2 Ulomek kot količnik

Vsak ulomek predstavlja količnik dveh naravnih števil, ko števec delimo z imenovalcem. Ulomkova črta predstavlja operacijo deljenja.

Primeri:

(a) $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$

(b) $\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2,5$

9.3 Računanje dela celote

Del celote izračunamo tako, da celoto delimo z imenovalcem, dobljeni rezultat pa pomnožimo s števcem.

Primeri:

(a) $\frac{3}{5}$ od 25 kg $= (25 : 5) \cdot 3 = 5 \cdot 3 = 15$ kg

(b) $\frac{2}{7}$ od 49 $\ell = (49 : 7) \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14\ \ell$

POMNI! Beseda **od** pomeni v matematiki operacijo množenja.

9.4 Razširjanje ulomkov

Ulomek razširimo tako, da števec in imenovalec **hkrati** pomnožimo z **istim** naravnim številom.

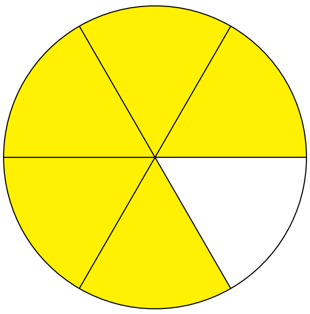
$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

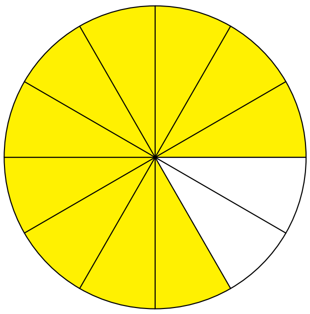
Primer:

Ulomek $\frac{5}{6}$ razširi s številom 2.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

Ulomka $\frac{5}{6}$ in $\frac{10}{12}$ predstavljata **isto** število! V spodnjih krogih sta z rumeno barvo pobarvani enaki površini kroga. Če pojemo $\frac{5}{6}$ ali $\frac{10}{12}$ pice, pojemo enako količino pice.





9.5 Krajšanje ulomkov

Ulomek krajšamo tako, da števec in imenovalec **hkrati** delimo z **istim** naravnim številom.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Ulomek okrajšamo le s **skupnimi delitelji** števila a in b. Ulomku, ki ga ne moremo več okrajšati (števec in imenovalec sta tuji števili), pravimo okrajšani ulomek.

Primeri:

(a) Ulomek $\frac{4}{6}$ lahko okrajšamo s številom 2.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$$

Ulomka $\frac{4}{6}$ in $\frac{2}{3}$ predstavljata **isto** število! Ulomka ne moremo več okrajšati, saj sta si 2 in 3 tuji števili.

(b) Ulomek $\frac{24}{36}$ lahko okrajšamo s katerim koli izmed deliteljev števil 24 in 36. Če hočemo takoj priti do okrajšanega ulomka, števec in imenovalec delimo hkrati z njunim največjim skupnim deliteljem $D(24, 36) = 12$.

$$\frac{24}{36} = \frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$$

(c) $\frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{15}^{\,5}} = \frac{2}{5}$. Pri hitrem krajšanju številko prečrtamo in zgoraj desno napišemo rezultat deljenja.

9.6 Skupni imenovalec ulomkov

Ulomka razširimo na **skupni imenovalec** tako, da imenovalca ulomkov nadomestimo z najmanjšim skupnim večkratnikom imenovalcev, števca pa pomnožimo s količnikom skupnega večkratnika ter imenovalcem ulomka.

Primer:

Ulomka $\frac{3}{5}$ ter $\frac{2}{7}$ postavimo na skupni imenovalec. $v(5,7) = 35$, saj sta si števili tuji. Ulomek $\frac{3}{5}$ razširimo s količnikom $35 : 5 = 7$.

$$\frac{3\cdot 7}{5\cdot 7} = \frac{21}{35}$$

Ulomek $\frac{2}{7}$ pa razširimo s količnikom $35 : 7 = 5$.

$$\frac{2\cdot 5}{7\cdot 5} = \frac{10}{35}$$

Ulomka $\frac{3}{5}$ ter $\frac{2}{7}$ smo postavili na skupni imenovalec $\frac{21}{35}$ in $\frac{10}{35}$.

9.7 Primerjanje ulomkov

Ob **enakem imenovalcu** je večji tisti ulomek, ki ima večji števec. Če ulomka nimata enakega imenovalca, ju postavimo na skupni imenovalec.

Primeri:

(a) Primerjamo ulomka $\frac{6}{7}$ in $\frac{4}{7}$. Ulomka imata enak imenovalec, zato je večji $\frac{6}{7}$, saj je $6 > 4$.

$$\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$$

(b) Primerjamo ulomka $\frac{3}{4}$ in $\frac{5}{6}$. Ulomka nimata enakega imenovalca, zato ju razširimo na skupni imenovalec.

$$\frac{3}{4} = \frac{3\cdot 3}{4\cdot 3} = \frac{9}{12}, \qquad \frac{5}{6} = \frac{5\cdot 2}{6\cdot 2} = \frac{10}{12}$$

Večji je ulomek $\frac{10}{12}$, saj je $10 > 9$.

$$\frac{10}{12} > \frac{9}{12}, \text{ torej } \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

Če imata ulomka **enak števec,** je večji tisti ulomek, ki ima manjši imenovalec.

Primer:
Primerjamo ulomka $\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{7}$. Ulomka imata enak števec, zato je večji ulomek $\frac{1}{6}$, saj $6 < 7$. Če bo torto pojedlo 6 prijateljev, bo vsak dobil večji kos, kot če isto torto poje 7 prijateljev.

$$\frac{1}{6} > \frac{1}{7}$$

9.8 Računanje z ulomki

9.8.1 Seštevanje in odštevanje ulomkov

Ulomka seštevamo/odštevamo tako, da ju razširimo na skupni imenovalec ter seštejemo/odštejemo števca. Skupni imenovalec je najmanjši skupni večkratnik imenovalcev.

Primeri:

(a) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$. Če ulomka že imata enak imenovalec, potem imenovalec prepišemo in seštejmo števce.

(b) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$. Najmanjši skupni večkratnik $v(4, 5) = 20$. Ulomek po potrebi okrajšamo.

(c) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{7-5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{8}_{\,4}} = \frac{1}{4}$.

(d) $\frac{5}{4} - \frac{5}{6} = \frac{15}{12} - \frac{10}{12} = \frac{15-10}{12} = \frac{5}{12}$.

9.8.2 Množenje ulomkov

Ulomka pomnožimo tako, da **posebej pomnožimo števca** ter **posebej pomnožimo imenovalca.** Če je mogoče, ulomka krajšamo v križ (števec prvega krajšamo z imenovalcem drugega in obratno).

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Primeri:

(a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$

(b) $\frac{4}{25} \cdot \frac{5}{16} = \frac{\cancel{4}^{\,1}}{\cancel{25}_{\,5}} \cdot \frac{\cancel{5}^{\,1}}{\cancel{16}_{\,4}} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{1}{20}$

(c) $\frac{2}{9} \cdot 3 = \frac{2}{\cancel{9}_{\,3}} \cdot \frac{\cancel{3}^{\,1}}{1} = \frac{2}{3}$

9.8.3 Deljenje ulomkov

Ulomka delimo tako, da deljenje nadomestimo z množenjem, pri čemer drugi ulomek obrnemo (števec zamenjamo z imenovalcem). Z drugimi besedami: ulomke delimo tako, da prvi ulomek pomnožimo z obratno vrednostjo drugega.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Primeri:

(a) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}$

(b) $\frac{9}{26} : \frac{27}{13} = \frac{\cancel{9}^{\,1}}{\cancel{26}^{\,2}} \cdot \frac{\cancel{13}^{\,1}}{\cancel{27}^{\,3}} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$

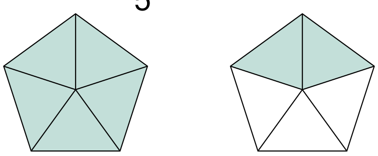
9.9 Nepravi ulomki

Definicija: Pravimo, da je ulomek $\frac{a}{b}$ **nepravi** natanko tedaj, ko je števec večji od imenovalca: $a > b$.

Nepravi ulomek lahko zapišemo s celoto in ulomkom manjšim od 1, kot je prikazano na naslednjem primeru.

Primer: Ulomek $\frac{7}{5}$ zapišimo s celoto. Števec delimo z imenovalcem $7 : 5 = 1$ in 2 ostane. Velja: $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

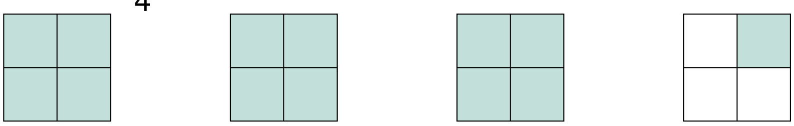
Ulomek $1\frac{2}{5}$ si lahko predstavljamo grafično kot prikazuje spodnja skica.



Ulomek s celoto lahko zapišemo z nepravim ulomkom, kot je prikazano na naslednjem primeru.

Primer: Ulomek $3\frac{1}{4}$ zapišimo z nepravim ulomkom. Celoto pomnožimo z imenovalcem ter prištejemo števec: $3 \cdot 4 + 1 = 13$. Velja: $3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$

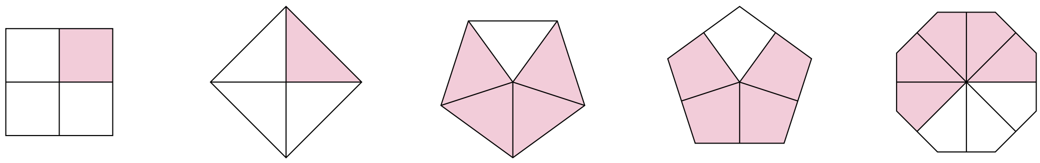
Ulomek $3\frac{1}{4}$ si lahko predstavljamo grafično kot prikazuje spodnja skica.



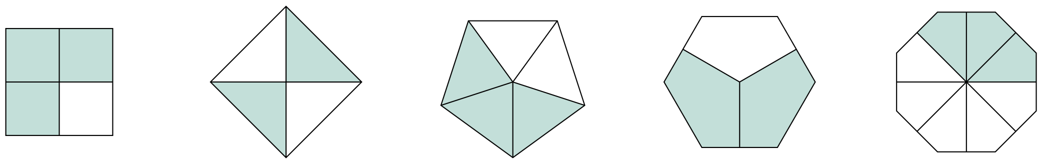
10 Vaje z ulomki

10.1 Pojem ulomka

1. Z ulomki izrazi obarvani del spodnjih likov.



2. Z ulomki izrazi neobarvani del spodnjih likov.



3. Izračunaj količnik, ki ga predstavljajo spodnji ulomki.

(a) $\frac{2}{5}$	**(c)** $\frac{7}{25}$	**(e)** $\frac{14}{10}$	**(g)** $\frac{7}{4}$
(b) $\frac{3}{8}$	**(d)** $\frac{20}{4}$	**(f)** $\frac{76}{100}$	**(h)** $\frac{1}{16}$

10.2 Računanje dela celote

4. $\frac{3}{5}$ od 80 $\quad$ $\frac{1}{4}$ od 600 $\quad$ $\frac{9}{10}$ od 540

5. $\frac{5}{7}$ od 910 $\quad$ $\frac{13}{200}$ od 8600 $\quad$ $\frac{5}{9}$ od 7200

6. $\frac{2}{3}$ od 60 kg $\quad$ $\frac{5}{6}$ od 240 ℓ $\quad$ $\frac{3}{8}$ od 1400 m

7. $\frac{3}{4}$ od 60 min $\quad$ $\frac{5}{12}$ od 48 h $\quad$ $\frac{1}{2}$ od 360 m

8. $\frac{2}{5}$ od 6 km = ___ m $\quad$ $\frac{3}{8}$ od 7 kg = ___ g

9. $\frac{5}{12}$ od 5 dni = ___ h $\quad$ $\frac{3}{4}$ od 9 dm^2 = ___ cm^2

10. $\frac{4}{5}$ od 2 m^3 = ___ ℓ $\quad$ $\frac{7}{10}$ od 3 h = ___ min

11. Špela je prehodila že $\frac{4}{5}$ poti do šole, ki je od njenega doma oddaljena 1200 m. Koliko metrov poti je prehodila in koliko jih še mora prehoditi?

12. Šiviljski salon Gumbek mora izdelati 840 hlačnih kompletov. Izdelali so že $\frac{3}{4}$ celotnega naročila. Koliko hlačnih kompletov so izdelali?

13. Kmet je pridelal 4 t krompirja. Prvi teden je prodal $\frac{2}{5}$ celotnega pridelka. Koliko krompirja še ima?

14. V cvetličnem nasadu imajo 420 vrtnic. $\frac{3}{7}$ vseh vrtnic je rdečih, $\frac{1}{3}$ je rumenih, ostale pa so bele. Koliko je belih vrtnic?

15. Delavci so morali izdelati 3200 m dolg odcep avtoceste. Prvi mesec so opravili $\frac{2}{5}$ vsega dela, drugi mesec pa še $\frac{3}{4}$ preostalega dela. Koliko metrov odcepa morajo še narediti?

10.3 Krajšanje ulomkov

16. Krajšaj ulomke.

(a) $\frac{14}{20}, \frac{8}{24}, \frac{12}{26}, \frac{15}{18}, \frac{36}{86}$ z 2

(b) $\frac{25}{30}, \frac{15}{45}, \frac{32}{25}, \frac{35}{65}, \frac{55}{66}$ s 5

17. Okrajšaj ulomke, če je mogoče

(a) $\frac{18}{20}, \frac{32}{48}, \frac{35}{40}, \frac{8}{12}, \frac{11}{35}$

(b) $\frac{2}{35}, \frac{42}{54}, \frac{12}{25}, \frac{21}{27}, \frac{45}{12}$

18. Ugotovi, s katerim številom smo okrajšali ulomke. Označi tiste, ki so že okrajšani.

(a) $\frac{32}{40} = \frac{4}{5}$; $\frac{16}{20} = \frac{8}{10}$; $\frac{35}{42} = \frac{5}{6}$

(b) $\frac{44}{121} = \frac{4}{11}$; $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$; $\frac{24}{36} = \frac{6}{9}$

19. Namesto črk napiši ustrezna števila.

(a) $\frac{12}{15} = \frac{x}{5}$; $\frac{20}{24} = \frac{5}{y}$; $\frac{39}{9} = \frac{z}{3}$

(b) $\frac{15}{20} = \frac{a}{4}$; $\frac{24}{36} = \frac{b}{6}$; $\frac{42}{14} = \frac{c}{2}$

20. Popravi napake.

(a) $\frac{8}{12} = \frac{3}{4}$; $\frac{15}{20} = \frac{5}{4}$; $\frac{16}{24} = \frac{2}{16}$

(b) $\frac{20}{25} = \frac{3}{5}$; $\frac{18}{30} = \frac{3}{6}$; $\frac{12}{20} = \frac{3}{4}$

21. Z največjim skupnim deliteljem okrajšaj ulomke.

(a) $\frac{72}{84}, \frac{60}{96}, \frac{84}{60}, \frac{126}{210}, \frac{152}{160}$

(b) $\frac{256}{288}, \frac{456}{570}, \frac{270}{315}, \frac{434}{784}, \frac{272}{288}$

10.4 Razširjanje ulomkov

22. Razširi ulomke:

(a) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{11}{10}$ s 4, 5 in z 9;

(b) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{6}, \frac{13}{15}, \frac{1}{10}$ na imenovalec 30;

(c) $\frac{5}{8}, \frac{9}{10}, \frac{1}{3}, \frac{3}{11}, \frac{15}{8}$ na števec 45;

(d) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{25}, \frac{11}{50}$ na stotine.

23. Ugotovi, s katerim številom smo razširili ulomke.

(a) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$; $\frac{4}{5} = \frac{8}{35}$

(b) $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$; $\frac{8}{11} = \frac{40}{55}$; $\frac{4}{6} = \frac{48}{72}$

24. Namesto črk napiši ustrezna števila.

(a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{15} = \frac{15}{y}$; $\frac{2}{7} = \frac{8}{a} = \frac{b}{49}$

(b) $\frac{m}{24} = \frac{6}{8} = \frac{54}{n}$; $\frac{3}{4} = \frac{u}{32} = \frac{21}{v}$

(c) $\frac{7}{9} = \frac{35}{k} = \frac{l}{81}$; $\frac{p}{55} = \frac{6}{11} = \frac{48}{r}$

(d) $\frac{6}{12} = \frac{36}{d} = \frac{c}{24}$; $\frac{5}{v} = \frac{25}{30} = \frac{50}{h}$

25. Popravi napake.

(a) $\frac{3}{4}=\frac{9}{15}$; $\frac{2}{3}=\frac{21}{18}$; $\frac{5}{8}=\frac{20}{23}$ **(b)** $\frac{7}{8}=\frac{21}{42}$; $\frac{5}{6}=\frac{40}{36}$; $\frac{9}{11}=\frac{20}{22}$

26. Ulomke razširi na skupni imenovalec.

(a) $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$ in $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{4}, \frac{5}{3}$ in $\frac{2}{6}$ **(b)** $\frac{5}{6}$ in $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$ in $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ in $\frac{1}{2}$

27. Ulomke razširi na najmanjši skupni imenovalec.

(a) $\frac{5}{8}$ in $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$ in $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$ **(b)** $\frac{5}{12}$ in $\frac{7}{16}$; $\frac{15}{20}$ in $\frac{7}{15}$; $\frac{6}{18}, \frac{5}{16}$ in $\frac{7}{24}$

10.5 Primerjanje ulomkov

28. Ulomke uredi po velikosti od najmanjšega do največjega.

(a) $\frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{4}{8}$ **(b)** $\frac{2}{9}, \frac{7}{9}, \frac{5}{9}, \frac{3}{9}, \frac{6}{9}$

29. Ulomke uredi po velikosti od najmanjšega do največjega.

(a) $\frac{5}{7}, \frac{5}{11}, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{9}$ **(b)** $\frac{7}{3}, \frac{7}{9}, \frac{7}{11}, \frac{7}{8}, \frac{7}{2}$

30. Ulomke uredi po velikosti:

(a) od največjega do najmanjšega.
$\frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$

(b) od najmanjšega do največjega.
$\frac{3}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

31. V okvirček vstavi znak $<, >$ ali =.

(a) $\frac{3}{4}\square\frac{5}{8}$ $\frac{4}{7}\square\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}\square\frac{6}{9}$ $\frac{4}{5}\square\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{2}{3}\square\frac{3}{6}$ $\frac{3}{8}\square\frac{5}{6}$ $\frac{2}{7}\square\frac{6}{21}$ $\frac{9}{11}\square\frac{2}{3}$

32. Reši besedilni nalogi.

(a) Sonji je zacvetelo 6 od 15 tulipanov, Petri pa 7 od 20 tulipanov. Komu cveti večji del tulipanov?

(b) Matej je prvi dan na treningu pretekel 7 od predvidenih 12 krogov, drugi dan pa 5 od 8 predvidenih krogov. Kateri dan je opravil večji del treninga?

33. Med števili $\frac{1}{2}, 1, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{8}, 2$ izberi tiste, ki so:

(a) večja od $\frac{3}{4}$;

(b) manjša od $\frac{3}{4}$;

(c) večja od $\frac{1}{2}$ in manjša od 1.

10.6 Seštevanje in odštevanje ulomkov

Ulomke seštej ali odštej. Rezultat okrajšaj.

1. $\frac{1}{2}+\frac{2}{2}$; $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$; $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$; $\frac{1}{11}+\frac{2}{11}$

2. $\frac{3}{10}+\frac{5}{10}$; $\frac{2}{7}+\frac{6}{7}$; $\frac{5}{6}+\frac{4}{6}$; $\frac{6}{9}+\frac{2}{9}$

3. $\frac{12}{18}+\frac{6}{18}+\frac{2}{18}$; $\frac{7}{21}+\frac{8}{21}+\frac{9}{21}$; $\frac{13}{11}+\frac{6}{11}+\frac{4}{11}$

4. $\frac{6}{10}-\frac{2}{10}$; $\frac{7}{5}-\frac{3}{5}$; $\frac{12}{3}-\frac{8}{3}$; $\frac{8}{13}-\frac{4}{13}$

5. $\frac{13}{20}-\frac{8}{20}$; $\frac{7}{15}-\frac{2}{15}$; $\frac{9}{14}-\frac{1}{14}$; $\frac{19}{4}-\frac{9}{4}$

6. $\frac{24}{11}-\frac{7}{11}-\frac{9}{11}$; $\frac{10}{18}-\frac{2}{18}-\frac{5}{18}$; $\frac{15}{16}-\frac{7}{16}-\frac{4}{16}$

Ulomke seštej ali odštej tako, da jih razširiš na najmanjši skupni imenovalec. Rezultat okrajšaj.

7. **(a)** $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$; $\frac{7}{4}+\frac{2}{7}$

(b) $\frac{5}{3}+\frac{1}{6}+\frac{9}{36}$ $\left[\frac{25}{12}\right]$

(c) $\frac{4}{5}+\frac{21}{45}+\frac{16}{90}$ $\left[\frac{13}{9}\right]$

(d) $\frac{11}{10}+\frac{9}{20}+\frac{17}{40}$ $\left[\frac{79}{40}\right]$

8. **(a)** $\frac{10}{36}+\frac{6}{90}+\frac{7}{18}$ $\left[\frac{11}{15}\right]$

(b) $\frac{7}{10}+\frac{6}{5}+\frac{13}{30}$ $\left[\frac{7}{3}\right]$

(c) $\frac{3}{14}+\frac{37}{56}+\frac{1}{8}$ $[1]$

9. **(a)** $\frac{10}{6}+\frac{7}{12}+\frac{3}{4}$ $[3]$

(b) $\frac{7}{18}+\frac{3}{4}+\frac{17}{36}$ $\left[\frac{29}{18}\right]$

(c) $\frac{10}{24}+\frac{1}{3}+\frac{5}{20}$ $[1]$

10. **(a)** $\frac{2}{5}+\frac{9}{10}+\frac{1}{2}+2$ $\left[\frac{19}{5}\right]$

(b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+4+\frac{5}{8}$ $\left[\frac{125}{24}\right]$

11. **(a)** $\frac{10}{7}+\frac{1}{4}+2+\frac{1}{2}$ $\left[\frac{117}{28}\right]$

(b) $\frac{1}{4}+\frac{5}{3}+2+\frac{3}{2}$ $\left[\frac{65}{12}\right]$

12. **(a)** $\frac{17}{15}-\frac{6}{15}-\frac{5}{15}$ $\left[\frac{2}{5}\right]$

(b) $\frac{19}{7}-\frac{5}{7}-\frac{7}{7}$ $[1]$

(c) $\frac{15}{21}-\frac{9}{21}-\frac{3}{21}$ $\left[\frac{1}{7}\right]$

13. **(a)** $\frac{5}{8}-\frac{1}{20}$ $\left[\frac{23}{40}\right]$

(b) $\frac{3}{15}-\frac{1}{6}$ $\left[\frac{1}{30}\right]$

(c) $\frac{15}{21}-\frac{6}{28}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

(d) $\frac{12}{20}-\frac{2}{15}$ $\left[\frac{7}{15}\right]$

14. **(a)** $\frac{13}{7}-\frac{3}{4}-\frac{5}{14}$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

(b) $\frac{7}{3}-\frac{5}{21}-\frac{10}{60}$ $\left[\frac{27}{14}\right]$

(c) $\frac{19}{25}-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$ $\left[\frac{3}{50}\right]$

15. **(a)** $\frac{51}{15}-\frac{9}{18}-\frac{3}{5}$ $\left[\frac{23}{10}\right]$

(b) $\frac{9}{4}-\frac{3}{5}-\frac{3}{10}$ $\left[\frac{27}{20}\right]$

(c) $\frac{22}{10}-\frac{7}{10}-\frac{5}{6}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

16. $\frac{18}{7}+\frac{3}{2}-\frac{21}{14}+\frac{5}{28}-1$ $\left[\frac{7}{4}\right]$

17. $2-\frac{5}{6}+\frac{25}{4}-\frac{51}{8}-\frac{2}{12}$ $\left[\frac{7}{8}\right]$

18. $2-\frac{11}{10}-\frac{7}{15}+\frac{11}{12}-\frac{7}{8}$ $\left[\frac{19}{40}\right]$

19. $\frac{13}{5}+\frac{1}{10}-\frac{8}{15}+\frac{7}{12}-\frac{3}{4}$ [2]

20. $\frac{3}{18}+\frac{19}{24}-\frac{2}{8}-\frac{2}{32}-\frac{2}{16}$ $\left[\frac{25}{48}\right]$

21. $\frac{3}{7}-\frac{3}{14}+\frac{9}{24}-\frac{8}{28}-\frac{17}{56}$ [0]

22. $\frac{11}{15}-\frac{3}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$ $\left[\frac{43}{60}\right]$

23. $\frac{13}{30}-\frac{1}{15}+\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ $\left[\frac{13}{15}\right]$

24. $\frac{5}{6}-\frac{1}{18}+\frac{5}{9}-\frac{1}{2}$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

25. $\frac{3}{4}-\frac{5}{16}+\frac{9}{20}-\frac{3}{5}$ $\left[\frac{23}{80}\right]$

26. $\frac{18}{9}+\frac{6}{8}-1+\frac{4}{12}$ $\left[\frac{25}{12}\right]$

27. $\frac{72}{24}+\frac{60}{30}-\frac{64}{16}+\frac{9}{12}$ $\left[\frac{7}{4}\right]$

28. $\frac{16}{12}+\frac{4}{8}-1+\frac{14}{56}$ $\left[\frac{13}{12}\right]$

29. $\frac{25}{15}+\frac{22}{33}-\frac{8}{16}+\frac{12}{20}$ $\left[\frac{73}{30}\right]$

30. $\frac{5}{8}+\frac{1}{3}+\frac{2}{36}-\frac{1}{2}$ $\left[\frac{37}{72}\right]$

31. $\frac{4}{5}-\frac{3}{12}+\frac{2}{6}-\frac{3}{4}$ $\left[\frac{2}{15}\right]$

32. $\frac{8}{7}-\frac{35}{40}+\frac{3}{2}-\frac{9}{8}$ $\left[\frac{9}{14}\right]$

33. $\frac{8}{16}+\frac{7}{42}+\frac{5}{12}+2$ $\left[\frac{9}{4}\right]$

34. $\frac{6}{45}+\frac{4}{6}-\frac{4}{12}+\frac{3}{5}$ $\left[\frac{16}{15}\right]$

35. $\frac{36}{60}+\frac{30}{40}-\frac{27}{45}-\frac{1}{3}$ $\left[\frac{5}{12}\right]$

36. $\frac{28}{7}+\frac{45}{15}-2+\frac{3}{6}$ $\left[\frac{11}{2}\right]$

37. $\frac{40}{18}+\frac{2}{8}-2+\frac{3}{24}$ $\left[\frac{43}{72}\right]$

Reši enačbe.

38. $x+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$; $\quad x+\frac{1}{5}=\frac{3}{4}$

39. $x+\frac{3}{8}=\frac{13}{18}$; $\quad x+\frac{7}{29}=\frac{31}{58}$

40. $\frac{3}{5}+x=\frac{19}{15}$; $\quad 2+x=\frac{18}{7}$

41. $\frac{1}{3}+x=\frac{11}{18}$; $\quad \frac{7}{9}+x=\frac{20}{21}$

42. $x-\frac{2}{11}=\frac{3}{22}$; $\quad x-\frac{11}{15}=\frac{19}{15}$

43. $x-\frac{1}{8}=\frac{3}{5}$; $\quad x-\frac{7}{18}=\frac{12}{13}$

44. $\frac{32}{51}-x=\frac{1}{2}$; $\quad \frac{7}{18}-x=\frac{1}{12}$

45. $\frac{7}{23}-x=\frac{1}{4}$; $\quad \frac{18}{29}-x=\frac{3}{17}$

Dopolni enakosti.

46. $\frac{3}{5}+\ldots\ldots=\frac{13}{5}$; $\quad \ldots\ldots+\frac{5}{8}=\frac{20}{8}$

47. $\frac{8}{11}+\ldots\ldots=\frac{17}{11}$; $\quad \ldots\ldots+\frac{9}{7}=\frac{12}{7}$

48. $\frac{15}{31}+\ldots\ldots=\frac{18}{31}$; $\quad \ldots\ldots+\frac{9}{13}=\frac{14}{13}$

49. $\frac{5}{8}+\ldots\ldots=\frac{45}{24}$; $\quad \ldots\ldots+\frac{5}{12}=\frac{4}{3}$

50. $\ldots\ldots+\frac{6}{5}=\frac{19}{15}$; $\quad \ldots\ldots+\frac{1}{4}=\frac{17}{12}$

51. $\frac{3}{2}+\ldots\ldots=\frac{10}{3}$; $\quad \frac{1}{5}+\ldots\ldots=\frac{3}{10}$

52. $\ldots\ldots-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$; $\quad \ldots\ldots-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$

53. $\ldots\ldots-\frac{13}{20}=\frac{1}{12}$; $\quad \ldots\ldots-\frac{1}{3}=\frac{7}{18}$

10.7 Množenje in deljenje ulomkov

Če je mogoče, okrajšaj pred množenjem in izračunaj.

1. $\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3}$ $\quad \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$ $\quad \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{6}$

2. $6 \cdot \frac{3}{5}$ $\quad \frac{7}{6} \cdot 5$ $\quad 8 \cdot \frac{11}{3}$

3. $\frac{6}{7} \cdot \frac{3}{4}$ $\quad \frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}$ $\quad \frac{20}{3} \cdot \frac{18}{4}$

4. $\frac{12}{27} \cdot \frac{9}{24}$ $\quad \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{25}$ $\quad \frac{7}{16} \cdot \frac{4}{3}$

5. $\frac{35}{40} \cdot \frac{50}{16}$ $\quad \frac{20}{45} \cdot \frac{15}{10}$ $\quad \frac{8}{9} \cdot \frac{90}{80}$

6. $\frac{7}{15} \cdot 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{9}$ $\quad \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{3}{25}$

7. $\frac{8}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{9}$ $\quad \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{14} \cdot 5 \cdot \frac{8}{9}$

8. $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} \cdot 3 \cdot \frac{2}{7}$ $\quad \frac{5}{4} \cdot 4 \cdot \frac{16}{15} \cdot 3$

9. $\frac{8}{12} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{15}{16}$ $\quad \frac{9}{5} \cdot \frac{10}{4} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{5}{30}$

10. $\frac{2}{3} \cdot \frac{12}{8} \cdot \frac{4}{16} \cdot \frac{9}{6}$ $\quad \frac{15}{10} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{10}{6}$

11. $\frac{18}{3} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{2}$ $\quad \frac{6}{15} \cdot \frac{10}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{30}{4}$

12. $\frac{27}{16} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{6}$ $\quad \frac{2}{13} \cdot \frac{39}{4} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{8}{24}$

13. $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5}$ $\quad \frac{30}{60} \cdot \frac{15}{4} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{2}$

14. $\frac{3}{10} \cdot \frac{22}{9} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{2}$ $\quad \frac{1}{9} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{24}{2}$

15. $\frac{2}{7} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{2}{14} \cdot \frac{12}{5}$ $\quad \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{49} \cdot \frac{3}{4}$

16. $\frac{3}{20} \cdot \frac{12}{11} \cdot \frac{22}{14} \cdot \frac{7}{9}$ $\quad \frac{10}{7} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{4}{24} \cdot \frac{6}{3}$

17. $\frac{12}{25} \cdot \frac{50}{20} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{8}$ $\quad \frac{5}{27} \cdot \frac{54}{15} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{9}$

Reši enačbe.

18. $x \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ $\quad x \cdot \frac{4}{5} = 6$

19. $x \cdot 3 = \frac{8}{9}$ $\quad x \cdot \frac{11}{13} = \frac{2}{3}$

20. $\frac{4}{7} \cdot x = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{35}{48} \cdot x = \frac{7}{8}$

21. $\frac{5}{18} \cdot x = \frac{1}{9}$ $\quad \frac{27}{32} \cdot x = \frac{18}{29}$

Dopolni enakosti:

22. $\frac{2}{3} \cdot \ldots\ldots = \frac{8}{15}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

23. $\frac{7}{8} \cdot \ldots\ldots = \frac{7}{12}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{9}{4} = \frac{2}{3}$

24. $\frac{2}{5} \cdot \ldots\ldots = \frac{14}{25}$ $\quad \frac{5}{12} \cdot \ldots\ldots = \frac{25}{48}$

25. $\frac{3}{5} \cdot \ldots\ldots = \frac{9}{15}$ $\quad \frac{7}{16} \cdot \ldots\ldots = \frac{1}{8}$

26. $\frac{7}{15} \cdot \ldots\ldots = \frac{7}{9}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{8}{33} = \frac{2}{3}$

27. $\frac{8}{9} \cdot \ldots\ldots = \frac{1}{3}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{30}{12} = \frac{2}{3}$

28. $\frac{13}{36} \cdot \ldots\ldots = \frac{2}{3}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{7}$

29. $\frac{7}{9} \cdot \ldots\ldots = \frac{1}{2}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{14}$

30. $\frac{4}{9} \cdot \ldots\ldots = \frac{1}{2}$ $\quad \ldots\ldots \cdot \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Izračunaj količnike. Če je mogoče ulomke krajšaj.

31. $\frac{3}{4}:\frac{4}{7}$ $\quad \frac{5}{2}:\frac{10}{7}$ $\quad \frac{7}{9}:\frac{14}{3}$

32. $\frac{4}{5}:\frac{6}{7}$ $\quad \frac{15}{2}:\frac{1}{2}$ $\quad \frac{14}{21}:\frac{2}{7}$

33. $\frac{1}{5}:\frac{1}{25}$ $\quad \frac{13}{8}:\frac{26}{16}$ $\quad \frac{9}{18}:\frac{3}{2}$

34. $\frac{11}{2}:3$ $\quad 6:\frac{8}{5}$ $\quad \frac{10}{3}:\frac{5}{18}$

35. $\frac{20}{7}:\frac{10}{3}$ $\quad 10:\frac{9}{7}$ $\quad \frac{12}{5}:3$

36. $\frac{3}{4}:\frac{9}{16}:\frac{1}{2}$ $\quad \frac{7}{13}:\frac{14}{2}:\frac{1}{26}$

37. $\frac{25}{14}:\frac{5}{7}:4$ $\quad \frac{8}{3}:4:\frac{1}{9}$

38. $\frac{15}{22}:\frac{5}{2}:\frac{3}{11}$ $\quad \frac{4}{7}:\frac{1}{14}:\frac{2}{5}$

39. $\frac{18}{35}:\frac{9}{7}:\frac{3}{10}$ $\quad \frac{8}{9}:\frac{14}{21}:\frac{16}{5}$

40. $\frac{20}{13}:\frac{5}{26}:\frac{5}{2}$ $\quad \frac{5}{6}:\frac{15}{42}:\frac{2}{5}$

Reši enačbe.

41. $x:\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ $\quad x:\frac{15}{13}=\frac{5}{6}$

42. $x:\frac{8}{13}=\frac{11}{24}$ $\quad x:\frac{7}{23}=\frac{46}{35}$

43. $\frac{4}{11}:x=\frac{22}{3}$ $\quad 5:x=\frac{5}{28}$

44. $\frac{49}{51}:x=7$ $\quad \frac{37}{8}:x=\frac{52}{61}$

Dopolni enakosti.

45. $\ldots\ldots:\frac{5}{4}=\frac{12}{25}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{8}{3}=\frac{16}{9}$

46. $\ldots\ldots:\frac{7}{3}=\frac{6}{35}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{5}{4}=\frac{14}{5}$

47. $\ldots\ldots:\frac{3}{7}=\frac{4}{9}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{7}{4}=\frac{8}{49}$

48. $\ldots\ldots:\frac{4}{3}=\frac{12}{8}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{4}{15}=\frac{3}{6}$

49. $\ldots\ldots:\frac{10}{9}=\frac{9}{20}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{21}{5}=\frac{5}{27}$

50. $\ldots\ldots:\frac{4}{3}=\frac{46}{24}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{18}{25}=\frac{5}{4}$

51. $\ldots\ldots:\frac{17}{21}=\frac{3}{2}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{15}{16}=\frac{12}{30}$

52. $\ldots\ldots:\frac{28}{9}=\frac{27}{56}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{15}{7}=\frac{28}{45}$

53. $\ldots\ldots:\frac{60}{39}=\frac{13}{15}$ $\quad \ldots\ldots:\frac{4}{9}=\frac{1}{2}$

10.8 Izrazi s seštevanjem in odštevanjem ulomkov

Poenostavi naslednje izraze z ulomki.

1. $\frac{6}{5}-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\right)$ $\quad \left[\frac{1}{4}\right]$

2. $\frac{5}{2}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)$ $\quad \left[\frac{4}{3}\right]$

3. $\left(\frac{5}{4}+\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right)$ $\quad [1]$

4. $\left(\frac{23}{20}-\frac{16}{15}\right)-\left(\frac{7}{4}-\frac{5}{3}\right)$ $\quad [0]$

5. $\left(\frac{5}{4}+\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{5}$ $\left[\frac{8}{5}\right]$

6. $\left(5+\frac{1}{2}-\frac{13}{4}\right)-\left(4-\frac{5}{2}-\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{13}{10}+\frac{29}{15}-\frac{8}{3}\right)$ $\left[\frac{47}{60}\right]$

7. $\frac{10}{24}-\left[\left(\frac{4}{3}+\frac{19}{30}-\frac{8}{15}\right)-\left(\frac{17}{10}-\frac{7}{20}\right)\right]$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

8. $\left(\frac{7}{10}+\frac{5}{12}+\frac{8}{30}\right)-\left[\left(\frac{13}{4}+\frac{4}{6}-\frac{15}{6}\right)-\left(\frac{13}{5}-\frac{3}{2}\right)\right]$ $\left[\frac{16}{15}\right]$

9. $\frac{8}{6}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{11}{21}-\frac{1}{7}\right)+\frac{3}{14}\right]+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{2}$ $\left[\frac{5}{12}\right]$

10. $\left[\frac{5}{4}-\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{16}\right)+2\right]-\left[\left(\frac{3}{20}-\frac{5}{50}+1\right)+\frac{37}{40}\right]$ $[1]$

11. $\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{10}{3}-\frac{1}{2}\right)-1\right]-\left(\frac{7}{4}-\frac{5}{12}+\frac{5}{6}-\frac{1}{8}\right)$ $\left[\frac{5}{12}\right]$

12. $\left(\frac{14}{20}+\frac{5}{8}-\frac{1}{4}+\frac{4}{10}\right)-\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{8}-\frac{6}{5}\right)\right]$ $\left[\frac{13}{20}\right]$

13. $\left[\frac{11}{3}-\left(2+\frac{5}{6}\right)\right]+\left[5-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\right]+\left(\frac{28}{35}-\frac{7}{15}\right)$ $[5]$

14. $\left\{\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)+\left[\left(\frac{13}{3}-\frac{8}{3}\right)-\left(1-\frac{1}{6}\right)\right]\right\}-\frac{1}{4}$ $\left[\frac{5}{3}\right]$

15. $\left(3-\frac{5}{10}+\frac{3}{12}\right)-\left\{\left[2-\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{4}\right]+\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}$ $\left[\frac{35}{24}\right]$

16. $\left\{\left[\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{5}-\frac{3}{20}\right)-\left(\frac{2}{15}+\frac{7}{6}+1-\frac{9}{4}\right)\right]+\left(\frac{8}{9}-\frac{1}{2}\right)\right\}-\frac{8}{9}$ $[1]$

17. $\left\{\left[\left(\frac{17}{18}-\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{7}{24}-\frac{2}{9}\right)\right]+\frac{5}{9}\right\}-\left(\frac{17}{24}-\frac{5}{36}\right)$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

18. $\frac{11}{4}-\left\{\left[\left(\frac{4}{20}+\frac{7}{15}+\frac{40}{48}\right)-\left(\frac{6}{7}-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{14}\right]-\frac{1}{2}\right\}$ $\left[\frac{25}{14}\right]$

19. $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left\{\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{4}\right]-\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{16}\right)\right\}$ $\left[\frac{19}{16}\right]$

20. $\left\{\left[\frac{7}{15}+\frac{1}{5}+\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{6}+\frac{10}{12}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\right]-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{2}{4}\right)\right\}-1$ $\left[\frac{1}{15}\right]$

21. $\frac{25}{20}-\left\{\frac{1}{4}+\left(\frac{15}{12}-\frac{10}{20}\right)+\left[\frac{1}{2}+3-\left(\frac{3}{4}+\frac{6}{12}\right)\right]-2\right\}$ $[0]$

22. $\frac{22}{30}-\left\{\left[\left(\frac{10}{8}+\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right)\right]-1\right\}+\frac{4}{15}+\left(1-\frac{6}{8}\right)$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

10.9 Izrazi z množenjem in deljenjem ulomkov

Izračunaj vrednost številskih izrazov.

1. $\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\right)\cdot\frac{10}{7}$; $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{5}{14}$; $\left(\frac{7}{8}-\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{12}{11}$ $\left[1; \frac{5}{8}; \frac{1}{2}\right]$

2. $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{5}{4}$; $\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{15}{22}$; $\left(\frac{9}{12}-\frac{10}{15}\right)\cdot\frac{6}{5}$ $\left[\frac{1}{12}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}\right]$

3. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{10}-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{12}{5}+\frac{11}{10}-\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\right)$ $\left[\frac{3}{4}; \frac{1}{9}\right]$

4. $\left(\frac{5}{3}+\frac{10}{9}-\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{3}\right)\cdot\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{10}-\frac{7}{30}\cdot\frac{3}{2}\right)$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

5. $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{10}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{17}{6}+\frac{3}{5}-\frac{1}{10}\right)$ $[1]$

6. $\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{12}-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{36}{10}+\left(\frac{13}{15}-\frac{1}{6}+1-\frac{1}{10}\right)\cdot\frac{10}{32}$ $\left[\frac{13}{20}\right]$

7. $\left(\frac{8}{15}+\frac{1}{6}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{8}{3}-\left(\frac{5}{21}-\frac{1}{14}\right)+\left(\frac{2}{21}+\frac{9}{28}+\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{2}{3}$ $\left[\frac{14}{9}\right]$

8. $\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{15}-\frac{4}{45}\right)\cdot\frac{30}{11}+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{31}{35}-\frac{5}{42}\right)\cdot\frac{15}{23}$ $\left[\frac{37}{22}\right]$

9. $\frac{16}{24}-\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{3}{4}\right)+5\cdot\left(\frac{13}{3}-3\right)\cdot\left(5-\frac{7}{8}\right)-\frac{55}{2}+\frac{1}{8}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

10. $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot 4-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{6}{5}-\frac{4}{5}+\left[\frac{12}{15}\cdot\left(2+\frac{1}{7}\right)-\frac{12}{7}\right]$ $[0]$

11. $\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{6}{5}-\frac{2}{3}\right)-\frac{4}{11}\cdot\left[3-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)-\frac{3}{4}\right]+\frac{12}{15}$ $\left[\frac{67}{55}\right]$

12. $\frac{5}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left\{\left[\frac{9}{12}\cdot\left(1+\frac{3}{5}\right)-\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{17}{6}-2\right)\right]+\frac{2}{15}\right\}$ $\left[\frac{49}{18}\right]$

13. $\left\{\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left[\frac{2}{8}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{12}\right]\cdot\frac{12}{5}\right\}+\left(\frac{1}{2}+1-\frac{3}{9}\right)$ $\left[\frac{14}{3}\right]$

14. $\left[\frac{6}{12}+\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{6}\right)\cdot\frac{9}{4}\right]-\left\{\frac{2}{16}\cdot\left[\frac{5}{4}\cdot\left(3-\frac{11}{5}\right)\cdot 2-\frac{1}{2}\right]\cdot\frac{4}{3}-\frac{1}{8}\right\}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

15. $\left\{\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{4}{10}+\left(\frac{5}{9}-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{9}{20}\right]\cdot\frac{20}{7}\right\}\cdot\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\right)\cdot\frac{10}{7}\right]$ $\left[\frac{5}{14}\right]$

16. $\left\{\left[\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{6}-\frac{8}{18}\right)\cdot\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{10}-\frac{7}{20}\right)\right]\cdot\left[\left(\frac{3}{10}+\frac{9}{12}-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{20}{6}\right]\right\}+\left(\frac{7}{8}-\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{24}{22}$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

17. $\frac{5}{4}\cdot\left\{1-\left[\left(\frac{3}{8}+\frac{7}{5}-\frac{13}{20}\right)\cdot\frac{4}{15}-\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{19}{26}-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\frac{5}{2}\right\}$ $\left[\frac{2}{5}\right]$

18. $\frac{7}{25} \cdot \left\{ \left[\left(2 + \frac{5}{6} + \frac{16}{12} \right) \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{25}{4} - \frac{23}{20} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \cdot \frac{10}{6} + \frac{1}{4} \right\}$ $\left[\frac{7}{5}\right]$

Izračunaj vrednost številskih izrazov z deljenjem.

19. $\left(7 + \frac{7}{8}\right) : 9; \quad \left(1 + \frac{9}{17}\right) : \frac{13}{51}; \quad \frac{21}{2} : \left(1 + \frac{3}{4}\right)$ $\left[\frac{7}{8}; 6; 6\right]$

20. $\left(\frac{23}{4} - \frac{31}{8}\right) : \left(\frac{29}{6} - \frac{11}{3}\right); \quad \left(\frac{4}{7} + \frac{5}{4}\right) : \frac{17}{7}$ $\left[\frac{45}{28}; \frac{3}{4}\right]$

21. $\left(\frac{4}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) : \left(12 + \frac{3}{4}\right); \quad \left(\frac{29}{30} - \frac{7}{20} - \frac{5}{24}\right) : \frac{7}{60}$ $\left[\frac{1}{9}; \frac{7}{2}\right]$

22. $\left(\frac{30}{24} + \frac{21}{6} - \frac{3}{8}\right) : \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{21} + \frac{24}{32} - \frac{25}{30}\right) : \left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{8}\right)$ $\left[\frac{23}{12}\right]$

23. $\left(\frac{23}{6} - \frac{3}{4} - 2\right) : \left(\frac{21}{8} - \frac{19}{24} - \frac{3}{4}\right) - \left(4 - \frac{9}{4} - \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{19}{12} + \frac{2}{3} - \frac{11}{6}\right)$ $\left[\frac{4}{5}\right]$

24. $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{15} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{5}$ [7]

Izračunaj vrednost številskih izrazov.

26. $\left(\frac{4}{18} + \frac{9}{24} - \frac{5}{12}\right) : \left(2 - \frac{35}{24}\right) + \left(1 + \frac{2}{15} - \frac{7}{20}\right) \cdot \frac{30}{47}$ $\left[\frac{5}{6}\right]$

27. $\left\{ \left[\left(\frac{13}{10} + \frac{6}{5}\right) \cdot \left(4 - \frac{1}{4}\right) \right] : \left[\left(3 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{5} \right] \right\} : \left[\left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) \cdot 8 \right]$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

28. $\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{7} \right] : \left[24 \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{4}\right) \right] + \frac{16}{35} \right\} : \left[\left(\frac{4}{3} + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{6}{5} \right] + 2$ $\left[\frac{15}{7}\right]$

29. $\left\{ \left[\left(\frac{9}{2} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{3}\right) \right] : \left[\frac{15}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} + \frac{2}{5}\right) \right] \cdot \left(3 + \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{2} \right\} + \left[\left(\frac{4}{10} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{20}{46} \right]$ $\left[\frac{37}{6}\right]$

30. $\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{2} \right] : \left[\frac{8}{14} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8}\right) \right] \right\} - \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \frac{10}{7} \right]$ [17]

31. $\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{7}{15}\right) : \frac{29}{5} \right] + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5} - \frac{6}{35}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{12}{20}\right) \right\} : \left(2 - \frac{7}{6}\right)$ [1]

32. $\left\{ \left[\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{16} : \frac{3}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{14}{19}\right) \right] + \left(\frac{12}{5} - \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{36}\right) \right\} \cdot \left[\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{32}{24}\right) : 2 \right]$ $\left[\frac{19}{10}\right]$

10.10 Besedilne naloge z ulomki

1. Izračunaj produkt vsote in razlike ulomkov $\frac{15}{8}$ in $\frac{4}{3}$.

2. Od števila $\frac{63}{4}$ odštej produkt števil $\frac{5}{2}$ in $\frac{16}{5}$.
$\left[\frac{31}{7}\right]$

3. Produkt števil $\frac{4}{9}$ in $\frac{1}{2}$ prištej h količniku teh dveh števil.
$\left[\frac{10}{9}\right]$

4. Vsoto števil $\frac{14}{3}$ in $\frac{52}{9}$ zmanjšaj za razliko $\frac{33}{4}$ in $\frac{11}{2}$.
$\left[\frac{277}{36}\right]$

5. Razliko števil $\frac{22}{6}$ in $\frac{9}{4}$ povečaj za produkt istih dveh števil.
$\left[\frac{29}{3}\right]$

6. Količnik števil $\frac{20}{3}$ in $\frac{25}{6}$ pomnoži z razliko števil $\frac{21}{4}$ in $\frac{7}{3}$.
$\left[\frac{14}{3}\right]$

7. Izračunaj količnik vsote števil 5,5 in $\frac{9}{8}$ in razlike števil $\frac{7}{4}$ in 1,5.
[26,5]

8. Parkirišče je bilo povsem zasedeno. $\frac{1}{5}$ vozil je bilo znamke Ford, $\frac{3}{8}$ vozil znamke Renault, $\frac{1}{4}$ vozil znamke Audi, ostalo so bila vozila znamke Fiat. Kolikšen del parkirišča so zasedla vozila, ki niso znamke Fiat? Kolikšen del parkirišča so zasedla vozila znamke Fiat?

$\left[\frac{33}{40}, \frac{7}{40}\right]$

9. Sonja je na ekskurziji porabila $\frac{2}{5}$ denarja za vstopnine, $\frac{3}{20}$ za hrano in $\frac{3}{8}$ denarja za spominke. Izračunaj, kolikšen del vsega denarja je porabila. Ali ji je še kaj ostalo?
[porabi $\frac{37}{40}$ denarja; ostane $\frac{3}{40}$ denarja]

10. Izračunaj petkratnik števila $\frac{13}{9}$.

11. Tretjina nekega števila je $\frac{51}{4}$. Izračunaj neznano število.

12. Ana je v dveh tednih prebrala $\frac{27}{2}$ strani knjige. Koliko strani je imela ta knjiga?

[189]

13. Za koliko se produkt števil $\frac{65}{8}$ in $\frac{72}{13}$ razlikuje od števila $\frac{122}{3}$?
$\left[\frac{13}{3}\right]$

14. Primerjaj po velikosti zmnožek števil $\frac{3}{4}$ in $\frac{8}{7}$ z zmnožkom števil $\frac{9}{8}$ in $\frac{4}{5}$.

15. V trgovini so prodali $\frac{32}{3}$ metra rdečega blaga, modrega blaga enainpolkrat več kot rdečega, rumenega pa enainpolkrat več kot modrega. Koliko metrov modrega in koliko metrov rumenega blaga so prodali? Koliko metrov blaga so prodali?
[modro 12 m; rumeno 24 m; skupaj $\frac{152}{3}$ m]

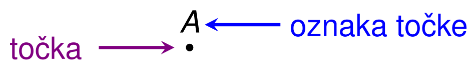
16. $\frac{9}{4}$ cm^3 železa tehta $\frac{135}{8}$ gramov. Koliko tehta 1 cm^3 železa?

17. V sodu je 80 litrov soka. Koliko steklenic s prostornino $\frac{7}{10}$ litra potrebujemo, da sok iz soda prelijemo v steklenice in v posodi ostane še $\frac{64}{5}$ litrov soka?
[96]

11 Osnovni geometrijski pojmi

11.1 Točka

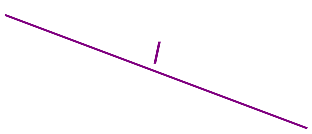
Definicija: Točka je eden izmed temeljnih pojmov geometrije. Točka je geometrijski objekt brez razsežnosti. Točke ponazarjamo s pikami ter jih označujemo z velikimi tiskanimi črkami A, B, C, ...

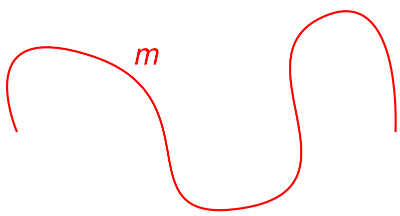


11.2 Črta

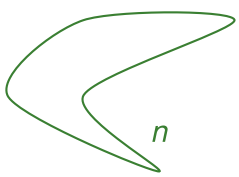
Definicija: Črta je neskončna neprekinjena množica sosednjih točk. Črta nima debeline, ima lahko končno ali neskončno dolžino. Označujemo jih z malimi črkami l, m, n, itd.

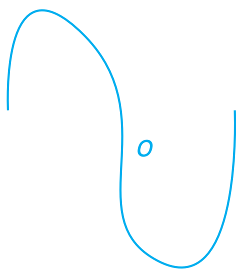
1) Ravna in kriva črta



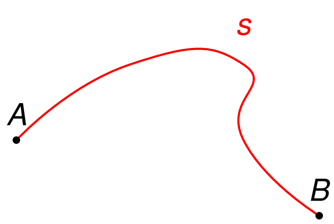


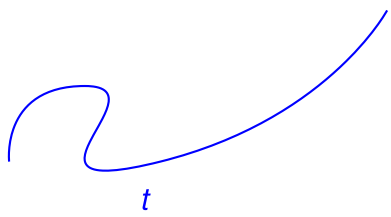
2) Sklenjena in nesklenjena črta





3) Omejena in neomejena črta





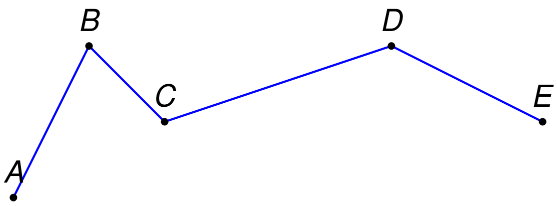
11.3 Daljica

Definicija: Daljica je ravna, med dvema točkama omejena črta. Označujemo jo s parom velikih tiskanih črk na podlagi točk, ki daljico omejujeta.

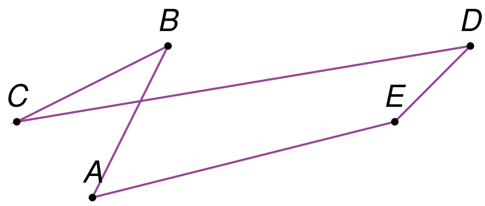
Daljica je omejena med točkama A in B, zato jo označimo z AB. Dolžino daljice označimo z $\overline{AB}$.

Zaporedje sosednjih daljic imenujemo **lomljenka**.

Enostavna nesklenjena lomljenka.



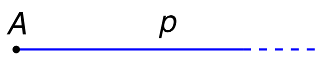
Neenostavna sklenjena lomljenka.



Pravimo, da je lomljenka **enostavna** takrat, ko ne seka sama sebe. Pravimo, da je **neenostavna** takrat, ko seka sama sebe.

11.4 Poltrak

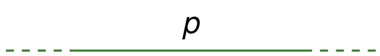
Definicija: Poltrak je na eni strani omejena ravna črta. Označujemo ga z malimi črkami p, q, r, itd.



Ker se poltrak na eni strani nadaljuje v neskončnost dodamo tri pike ali črtice. Točko A imenujemo izhodišče poltraka.

11.5 Premica

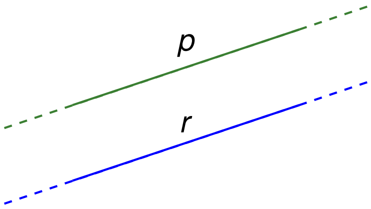
Definicija: Premica je neomejena, ravna črta. Označujemo jo z malimi črkami p, q, r, itd.



Ker je premica neomejena črta dodamo tri pike ali tri črtice na obeh straneh.

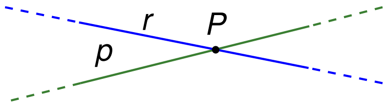
11.6 Vzporedne ter pravokotne premice

Definicija: Premici p in r v ravnini sta **vzporedni** natanko tedaj, ko nimata skupnih točk.



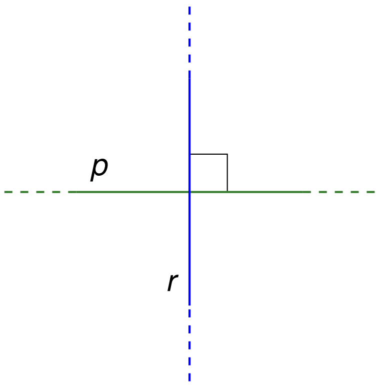
Premici p in r sta vzporedni, saj nimata skupnih točk. S simboli napišemo $p \parallel r$.

Premicama, ki nista vzporedni, pravimo **sekanti**. Sekata se natanko v eni točki, ki ji pravimo **presečišče**.



Premici p in r nista vzporedni, saj nimata skupnih točk. S simboli napišemo $p \nparallel r$.

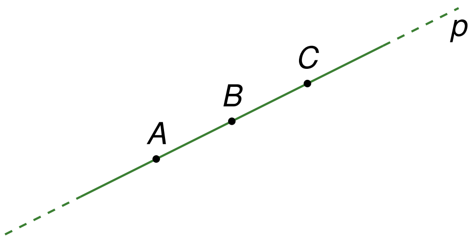
Definicija: Premici p in r sta **pravokotni** natanko tedaj, ko se sekata pod pravim kotom.



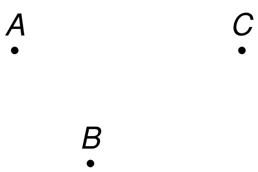
Premici p in r se sekata pod pravim kotom, zato sta pravokotni. S simboli zapišemo $p \perp r$.

11.7 Kolinearne in nekolinearne točke

Definicija: Pravimo, da so tri točke kolinearne natanko tedaj, ko ležijo na isti premici.



Definicija: Pravimo, da so tri točke nekolinearne natanko tedaj, ko ne ležijo na isti premici.

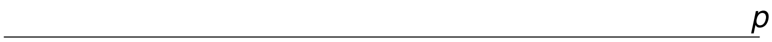


Tri nekolinearne točke določajo natanko eno ravnino.

11.8 Načrtovanje daljic

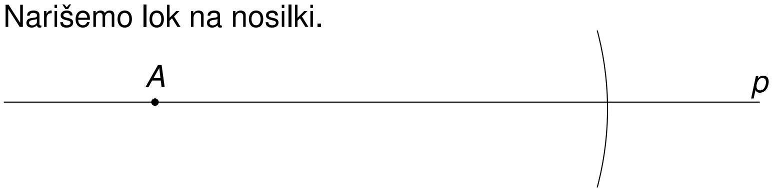
Najprej narišemo premico **nosilko** (p). Na nosilki si označimo točko A. S šestilom izmerimo dolžino daljice tako, da iglo šestila postavimo na ničlo ravnila, konico šestila pa povlečemo do določene vrednosti. S šestilom vbodemo v točko A ter narišemo lok na nosilki. Dobljeno točko označimo s črko B.

1. **Korak:** Narišemo premico nosilko p.

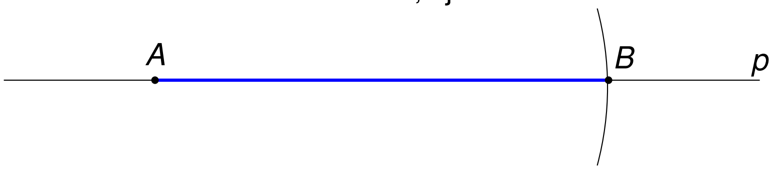


2. **Korak:** Narišemo točko A na nosilki.

3. **Korak:** S šestilom izmerimo določeno vrednost dolžine daljice ter šestilo vbodemo v točko A. Narišemo lok na nosilki.

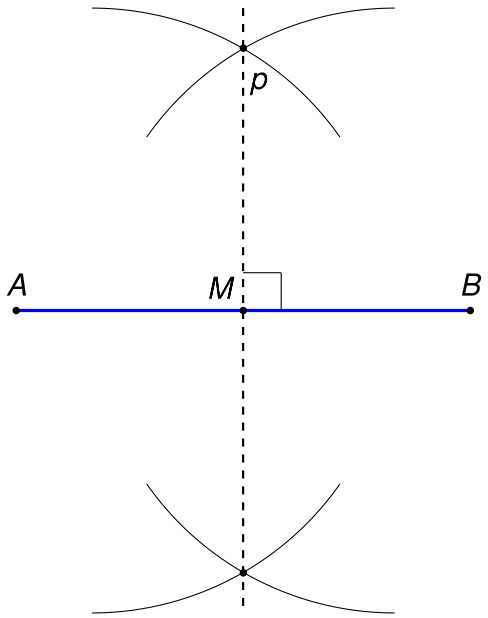


4. **Korak:** Točko B označimo tam, kjer lok seka nosilko.



11.9 Simetrala daljice

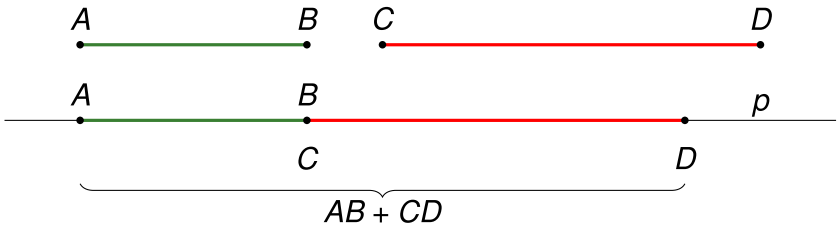
Definicija: Simetrala daljice je premica, ki seka daljico pod pravim kotom ter jo razpolavlja.



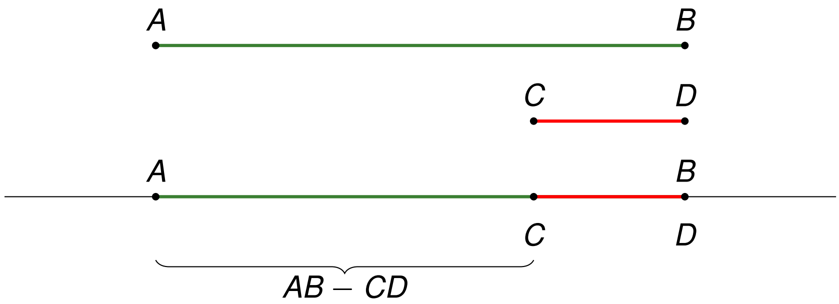
Konstrukcija simetrale
Simetralo daljice skonstruiramo s šestilom in ravnilom. Šestilo vbodemo v točko A ter ga odpremo za več kot polovico daljice; narišem lok nad in pod daljico. Z isto odprtino šestilo vbodemo v točko B ter narišemo lok nad in pod daljico, tako, da se loka križata z že narisanima. Ravnilo postavimo ob presečišči ter narišemo pravokotnico nad daljico AB. Dobimo točko M, ki jo imenujemo središčna točka daljice. Simetrala daljice razdeli daljico na dva enaka dela, zato velja $\overline{AM} = \overline{MB}$.

11.10 Grafično seštevanje in odštevanje daljic

Daljici AB in CD **grafično seštejemo** tako, da ju zaporedno narišemo na isti nosilki. Točka B sovpada s točko C.



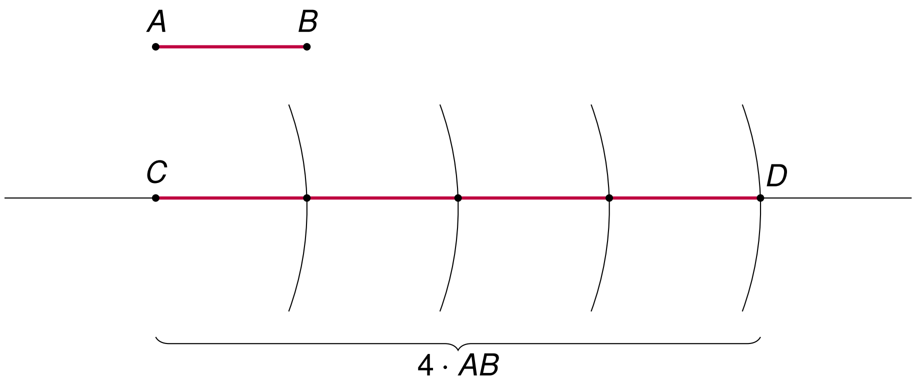
Daljici AB in CD **grafično odštejemo** tako, da drugo daljico narišemo na prvi, pri čemer druga točka prve daljice sovpada z drugo točko druge daljice: točka B sovpada s točko D. Daljica CD v celoti leži na daljici AB.



11.11 Grafično načrtovanje večkratnika daljice

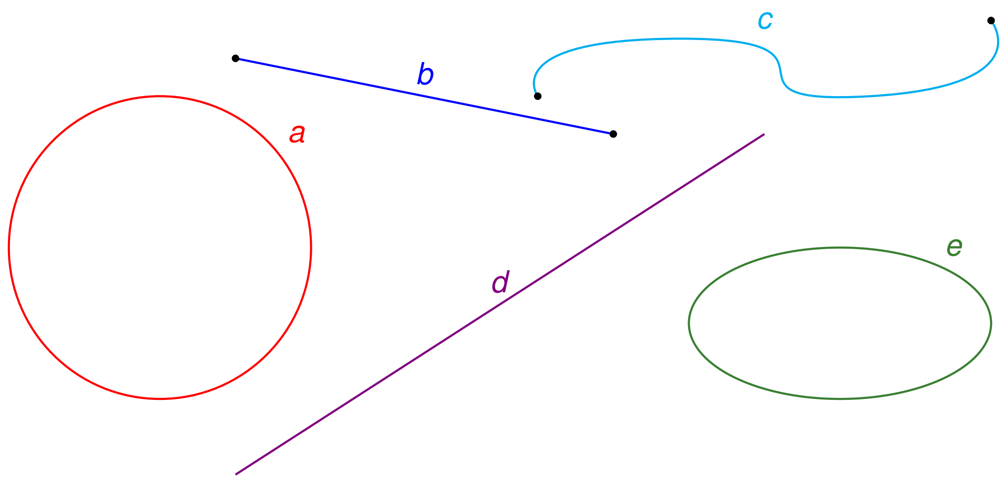
Daljico AB **grafično podvojimo, potrojimo, početverimo, ...** tako, da na njeno nosilko zaporedno narišemo daljico $AB + AB$, $AB + AB + AB$, $AB + AB + AB + AB$, ...

Primer:
Grafično načrtajmo 4-kratnik daljice dolge 2 cm. Daljico AB narišemo 4-krat zaporedoma z uporabo šestila. Dobili bomo daljico CD, ki je štirikrat daljša od daljice AB.
$\overline{AB} = 2$ cm, $\overline{CD} = 4 \cdot \overline{AB} = 4 \cdot 2$ cm $= 8$ cm.

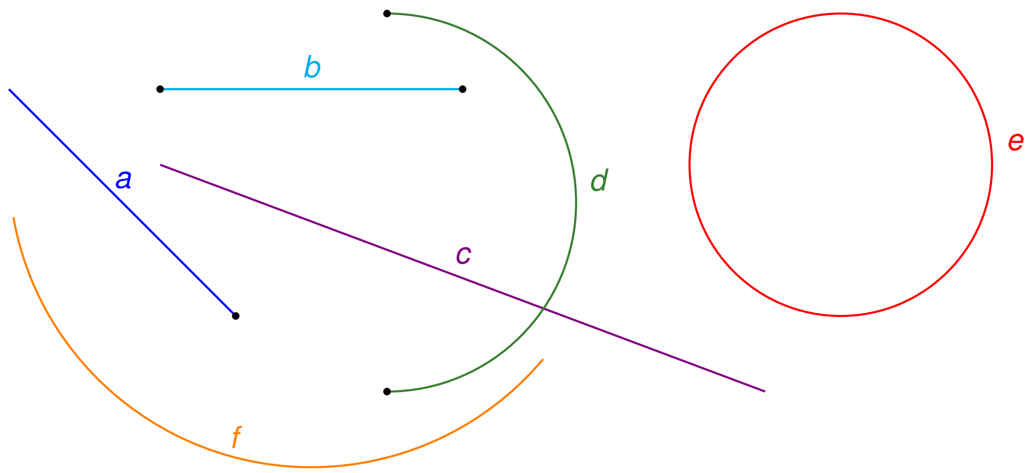


12 Vaje z osnovnimi geometrijskimi pojmi

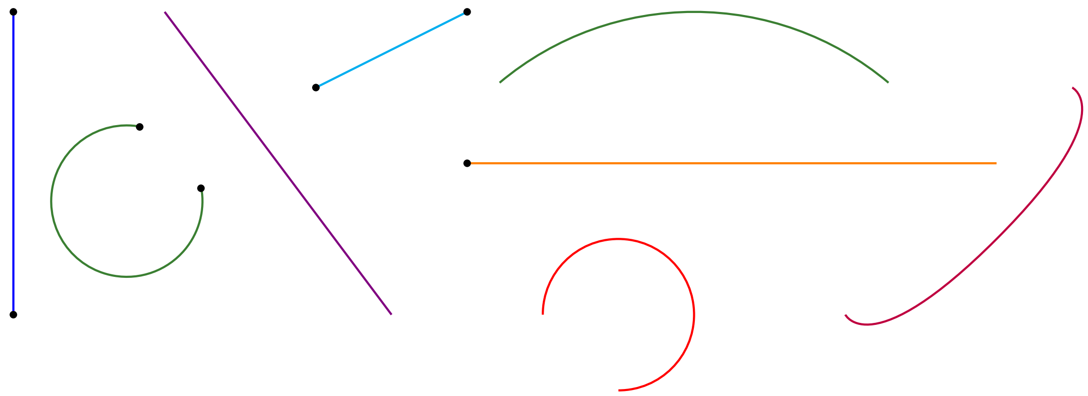
1. Katere črte so **sklenjene**, katere pa **nesklenjene**?



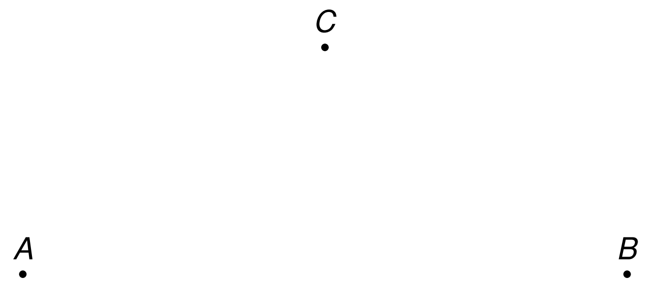
2. Katere črte so **omejene**, katere pa **neomejene**?



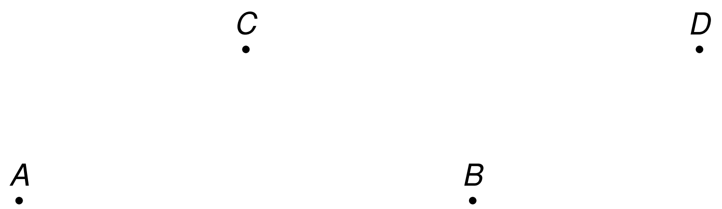
3. Preriši črte v zvezek in označi **omejene nesklenjene** z eno od črk *a*, *b*, *c* ali *d*, **neomejene** z eno od črk *o*, *p*, *r* ali *s*.



4. Nariši sklenjeno črto, ki poteka skozi točke A, B in C.



5. Nariši nesklenjeno omejeno črto, ki poteka skozi točke A, B, C in D.



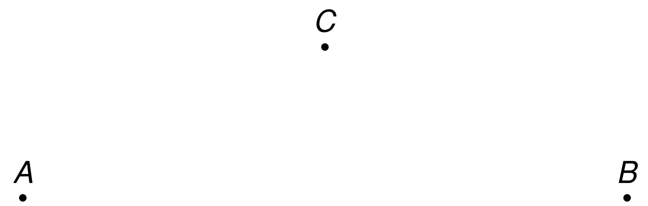
6. Nariši in označi neomejeno črto tako, da:

(a) poteka skozi točki A in B, ne pa skozi C;

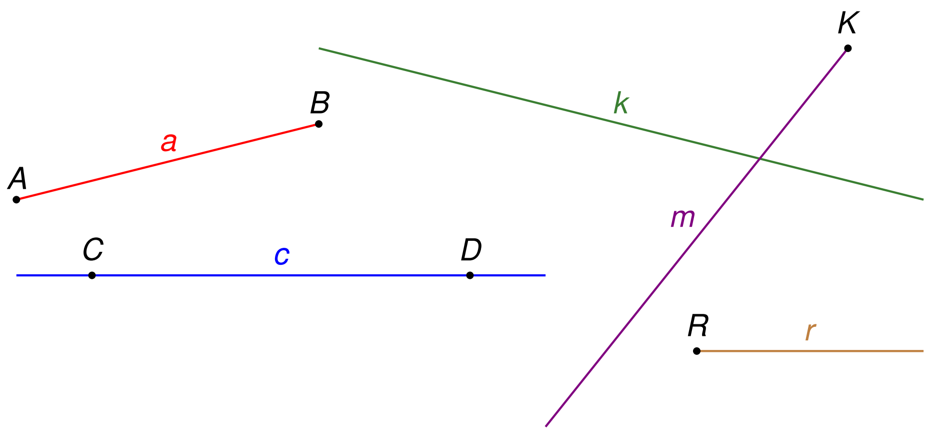
(b) poteka skozi vse tri točke;

(c) ne poteka skozi nobeno od treh točk;

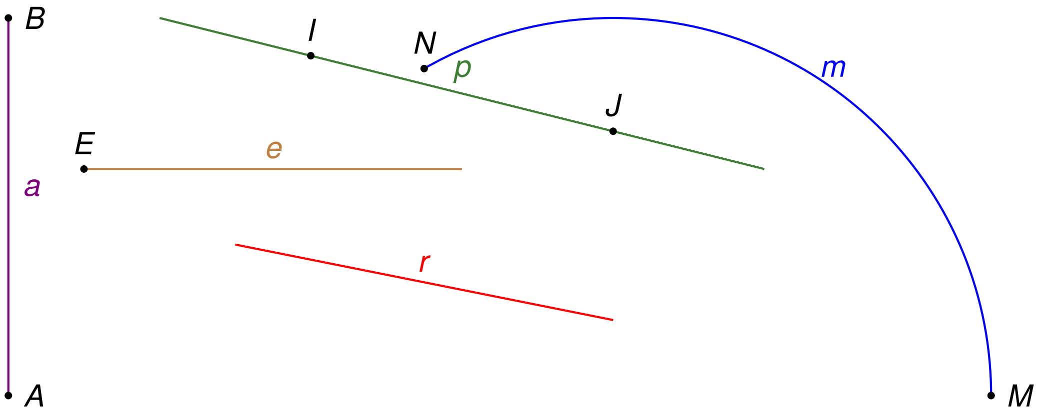
(d) poteka skozi A in C, ne pa skozi B.



7. Katere od narisanih črt so premice?



8. Katere od narisanih črt niso premice?



9. Načrtaj premico skozi točki K in M ter jo označi s črko m.

10. Načrtaj premico a skozi točki A in B ter premico c skozi točki C in D.

11. Pravilne izjave označi s **P**, nepravilne pa z **N**.

(a) Tri kolinearne točke določajo natanko eno ravnino.

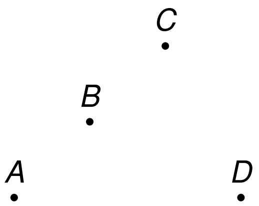
(b) Ravnina je določena s tremi točkami, ki ne ležijo na isti premici.

(c) Če tri točke določajo eno ravnino, ne ležijo na isti premici.

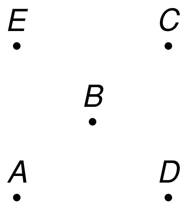
(d) Točke A, B in C so nekolinearne, če sta premici skozi A in B ter A in C različni.

12. Katere tri od narisanih točk so kolinearne?

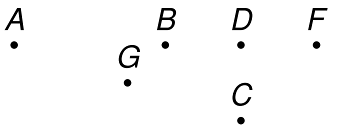
(a)



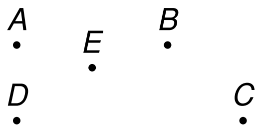
(c)



(b)



(d)

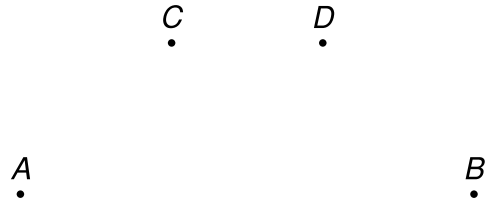


13. Določi točko T tako, da bodo točke A, B in T nekolinearne.

14. Določi točko P tako, da bodo točke A, B in P kolinearne.

15. Določi nekolinearne točke P, Q, R in načrtaj ter označi vse premice, ki jih te tri točke določajo.

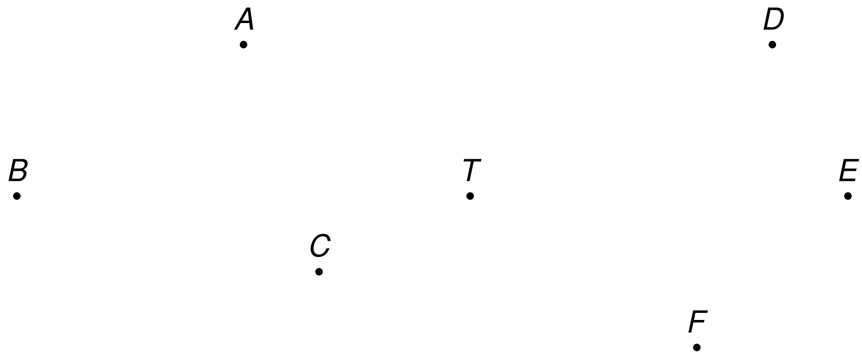
16. Načrtaj vse premice, ki jih določajo točke A, B, C in D.



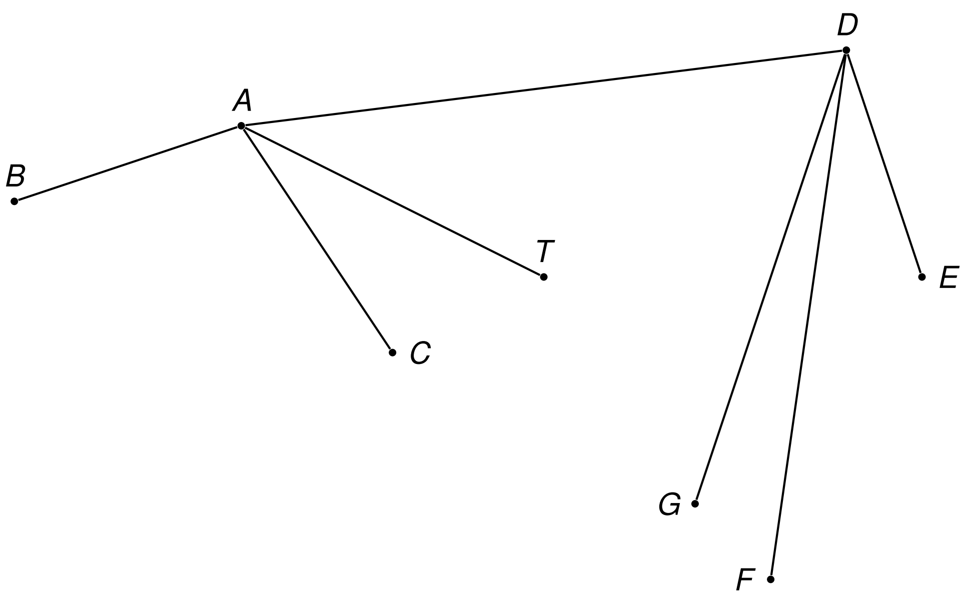
17. Katere tri točke določajo ravnino?

18. Koliko različnih premic določajo točke A, B, C, D, E in F, če nobena trojica ni kolinearna?

19. Uredi po velikosti od najmanjše do največje razdalje med točkami A, B, C, D, E, F in točko T.

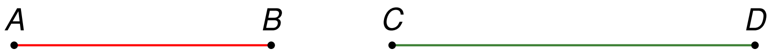


20. Uredi po velikosti od največje do najmanjše dolžine narisanih daljic.



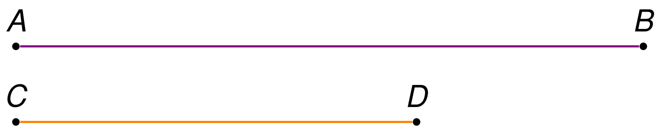
21. Načrtaj vsote ali razlike daljic.

(a) $AB + CD$

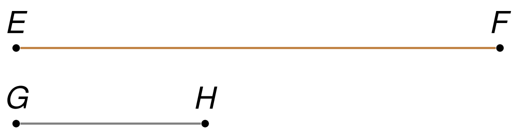


(b) $EF + GH$

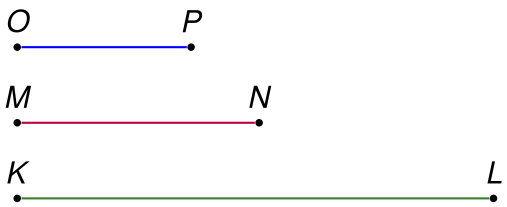
(c) $AB - CD$



(d) $EF - GH$



22. Načrtaj vsote ali razlike daljic.



(a) $KL + MN + OP$

(b) $KL - MN - OP$

(c) $KL + MN - OP$

(d) $KL - MN + OP$

23. V vsaki od naslednjih operacij med daljicami manjka en člen. Načrtaj manjkajoče daljice.

(a) 

(b) 

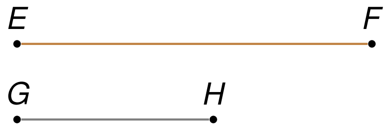
(c) 

(d) 

24. Pravilno načrtaj daljico po spodnjih navodilih.

(a) $2 \cdot AB$

(b) $4 \cdot (EF - GH)$



25. Načrtaj enostavno nesklenjeno lomljenko $ABCDE$, ki jo sestavljajo skladne daljice z dolžino 4 cm.

26. Načrtaj enostavno sklenjeno lomljenko $KLMN$, ki jo sestavljajo daljice z dolžino 5 cm.

27. Načrtaj premico p in na njej določi točki A in B tako, da bo razdalja med njima 55 mm.

28. Načrtaj premici a in b, ki se sekata v točki A. Na premici a določi točko B tako, da bo $\overline{AB} = 5$ cm. Na premici b določi točko D tako, da bo $\overline{AD} = 5$ cm. Skozi točko B načrtaj premico c, ki je vzporedna premici b. Skozi točko D načrtaj vzporednico d premici a. Presečišče med premicama c in d označi s C.

29. Načrtaj premico, sklenjeno in nesklenjeno črto.

30. Izberi si na listu točko A. Koliko premic lahko položiš skozi A? Načrtaj jih nekoliko.

31. Pravimo, da so tri točke A, B, C kolinearne, če ležijo na isti premici. Koliko premic lahko položimo skozi vsako dvojico od treh nekolinearnih točk A,B,C?

32. Nariši štiri točke A, B, C, D tako, da bodo po tri nekolinearne. Skozi po dve in dve točki položi premice. Koliko premic si načrtal?

33. Načrtaj na premici tri daljice AB, CD, EF tako, da niso v sosednji legi.

34. Načrtaj tri daljice v sosednji legi.

35. Načrtaj vse daljice, ki jih omejujejo tri dane točke A,B,C.

36. Seštej grafično dve neenaki daljici AB in CD.

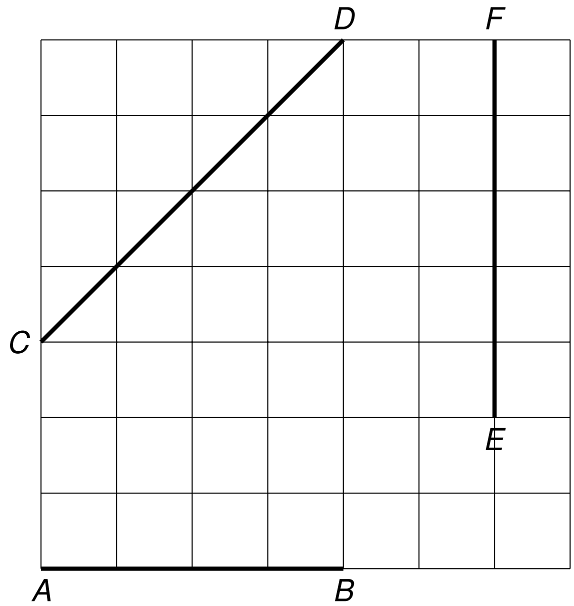
37. Načrtaj dve neenaki daljici AB in CD in ju grafično odštej.

38. Odmeri na premici dve daljici, dolgi 4 cm in 5,2 cm.

39. Na premici r določi štiri točke A,B,C,D tako, da je $AB = 7$ cm, $BC = 3$ cm, $CD = 10$ cm. Koliko merijo daljice AC, BD in AD?

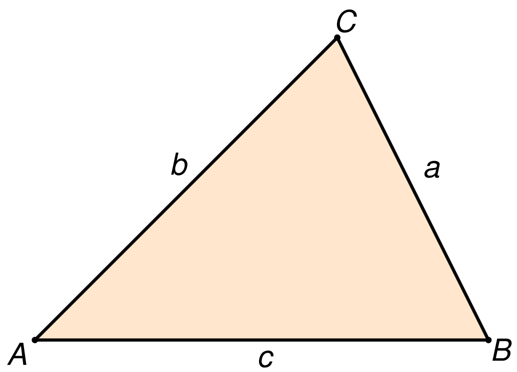
40. Načrtaj daljico AB in določi njeno središče M.

41. Na listu načrtaj daljice AB, CD in EF. Primerjaj daljice med seboj in napiši odnos velikosti med daljico AB in ostalima daljicama. Seštej grafično vse tri daljice.



42. Izberi na premici štiri točke A,B,C,D v danem vrstnem redu tako, da bo daljica AB enaka daljici CD. Preveri, da se razpolovišči daljic BC in AD ujemata.

43. Načrtaj poljuben trikotnik ABC. Seštej stranici AB in CB in primerjaj dobljeno vsoto s tretjo stranico AC. Nadalje odštej od AC daljico AB in primerjaj dobljeno razliko s tretjo stranico CB.



44. Načrtaj daljico AB, njen dvakratnik CD in trikratnik EF.

45. Daljici AB in CD sta v sosednji legi in merita 3,6 cm oz. 4,2 cm. Določi njuni razpolovišči M in N in izračunaj dolžino daljice MN.

46. Daljici AB in CD merita 3,2 cm in 2,5 cm. Načrtaj daljico PQ, ki je trikratnik daljice AB, in daljico RS, ki je štirikratnik daljice CD, ter določi razliko $RS - AB$.

47. Tri daljice v sosednji legi merijo 3 cm, 5 cm in 2 cm. Določi središči M in N daljic AB in CD ter izračunaj dolžino daljice MN.

13 Računanje z daljicami

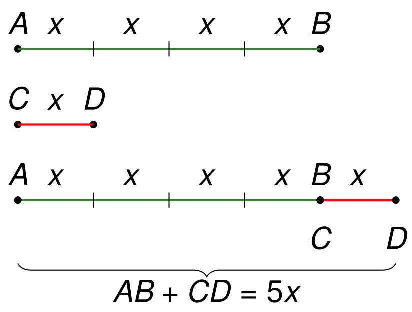
13.1 Računanje dolžine dveh daljic, če je znana vsota ter je ena daljica večkratnik druge

Primer:
Izračunajmo dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 20 cm in je prva štirikratnik druge.

$\overline{AB} + \overline{CD} = 20$ cm
$\overline{AB} = 4x$
$\overline{CD} = x$

$\overline{AB} = ?$ $\overline{CD} = ?$
$\overline{AB} + \overline{CD} = 4x + x = 5x$
$5x = 20$ cm
$x = 20 : 5$ cm$= 4$ cm
$\overline{AB} = 4 \cdot 4$ cm $= 16$

$\boxed{\overline{AB} = 4 \text{ cm}}$ $\boxed{\overline{CD} = 4 \text{ cm}}$.



Iz besedila najprej izluščimo podatke. Če je daljica *CD* dolga x, potem je $AB = 4x$. Vsota daljic je tako $5x$, zato velja, da je $x = 4$ cm.
Ko smo ugotovili, koliko je x, potem lahko izračunamo *AB* ter *CD*.

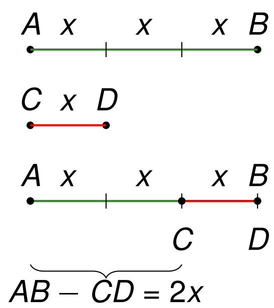
13.2 Računanje dolžine dveh daljic, če je znana razlika ter je ena daljica večkratnik druge

Primer:
Izračunajmo dolžini dveh daljic, če je njuna razlika 16 cm in je prva trikratnik druge.

$\overline{AB} - \overline{CD} = 16$ cm
$\overline{AB} = 3x$
$\overline{CD} = x$

$\overline{AB} = ?$ $\overline{CD} = ?$
$\overline{AB} - \overline{CD} = 3x - x = 2x$
$2x = 16$ cm
$x = 16 : 2$ cm$= 8$ cm
$\overline{AB} = 3 \cdot 8$ cm $= 24$ cm

$\boxed{\overline{AB} = 24 \text{ cm}}$ $\boxed{\overline{CD} = 8 \text{ cm}}$.



Iz besedila najprej izluščimo podatke. Če je daljica *CD* dolga x, potem je $AB = 3x$. Razlika daljic je tako $2x$, zato velja, da je $x = 8$ cm.
Ko smo ugotovili, koliko je x, potem lahko izračunamo *AB* ter *CD*.

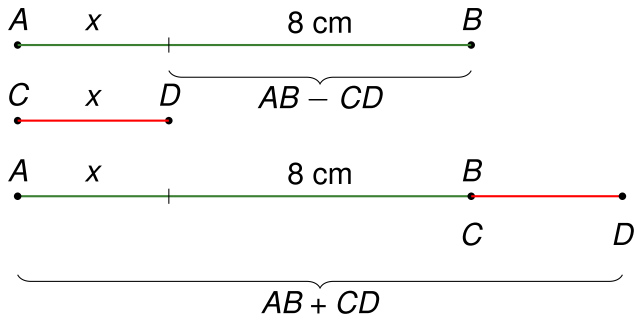
13.3 Računanje dolžine dveh daljic, če sta znani vsota in razlika

Primer:
Izračunajmo dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 20 cm, njuna razlika pa 8 cm.

$\overline{AB} + \overline{CD} = 20\text{ cm}$
$\overline{AB} - \overline{CD} = 8\text{ cm}$

$\overline{AB} = ?\ \ \overline{CD} = ?$
$\overline{CD} = x$
$\overline{AB} = x + 8\text{ cm}$
$\overline{AB} + \overline{CD} = x + 8\text{ cm} + x\text{ cm}$
$2x + 8\text{ cm} = 20\text{ cm}$
$2x = 20\text{ cm} - 8\text{ cm} = 12\text{ cm}$
$x = 12\text{ cm} : 2 = 6\text{ cm}$
$\overline{AB} = 6\text{ cm} + 8\text{ cm}$

$\boxed{\overline{AB} = 14\text{ cm}}$ $\boxed{\overline{CD} = 6\text{ cm}}$.



Iz besedila najprej izluščimo podatke. Če je razlika daljic AB in CD 8 cm, to pomeni, da je AB za 8 cm večja od CD. Če je daljica CD dolga x, je posledično AB dolga $x + 8$ cm, zato je njuna vsota $2x + 8\text{ cm} = 20\text{ cm}$. Iz enačbe lahko izračunamo $x = 6$ cm, zato je $\overline{AB} = 14$ cm, $\overline{CD} = 6$ cm.

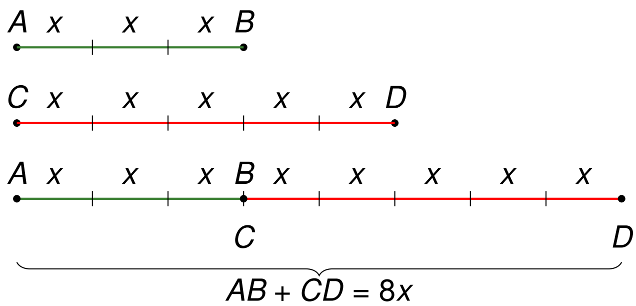
13.4 Računanje dolžine dveh daljic, če je znana vsota ter je ena določeni del druge

Primer:
Izračunajmo dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 16 cm, in je prva $\frac{3}{5}$ druge.

$\overline{AB} + \overline{CD} = 16\text{ cm}$
$\overline{AB} = \frac{3}{5} \cdot \overline{CD}$

$\overline{AB} = ?\ \ \overline{CD} = ?$
$\overline{AB} = 3x$
$\overline{CD} = 5x$
$\overline{AB} + \overline{CD} = 5x + 3x = 8x$
$8x = 16\text{ cm}$
$x = 16\text{ cm} : 8 = 2\text{ cm}$
$\overline{AB} = 3 \cdot 2\text{ cm} = 6\text{ cm}$
$\overline{CD} = 5 \cdot 2\text{ cm} = 10\text{ cm}$

$\boxed{\overline{AB} = 6\text{ cm}}$ $\boxed{\overline{CD} = 10\text{ cm}}$.



Iz besedila najprej izluščimo podatke. Če je daljica $\overline{AB} = \frac{3}{5} \cdot \overline{CD}$, potem velja, da je $AB = 3x$ in $CD = 5x$. Njuna vsota je $3x + 5x = 8x$. Velja, da je $8x = 16$ cm, zato je $x = 2$ cm. Izračunamo $\overline{AB} = 3 \cdot 2\text{ cm} = 6\text{ cm}$ in $\overline{CD} = 5 \cdot 2\text{ cm} = 10\text{ cm}$.

13.5 Računanje dolžine dveh daljic, če je znana razlika ter je ena določeni del druge

Primer:

Izračunajmo dolžini dveh daljic, če je njuna razlika 15 cm, in je prva $\frac{7}{2}$ druge.

$\overline{AB} - \overline{CD} = 15$ cm

$\overline{AB} = \frac{7}{2} \cdot \overline{CD}$

$\overline{AB} = ?\ \ \overline{CD} = ?$

$\overline{AB} = 7x$

$\overline{CD} = 2x$

$\overline{AB} + \overline{CD} = 7x - 2x = 5x$

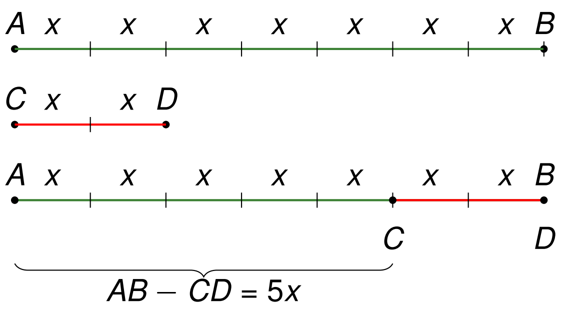
$5x = 15$ cm

$x = 15$ cm $: 5 = 3$ cm

$\overline{AB} = 7 \cdot 3$ cm $= 21$ cm

$\overline{CD} = 2 \cdot 3$ cm $= 6$ cm

$\boxed{\overline{AB} = 21 \text{ cm}}\ \boxed{\overline{CD} = 6 \text{ cm}}$.



Iz besedila najprej izluščimo podatke. Če je daljica $\overline{AB} = \frac{7}{2} \cdot \overline{CD}$, potem velja, da je $AB = 7x$ in $CD = 2x$. Njuna razlika je $7x - 2x = 5x$. Velja, da je $5x = 15$ cm, zato je $x = 3$ cm. Izračunamo $\overline{AB} = 7 \cdot 3$ cm $= 21$ cm in $\overline{CD} = 2 \cdot 3$ cm $= 6$ cm.

14 Vaje za računanje z daljicami

1. Koliko merita dve daljici, če je prva dvakratnik druge in če znaša njuna vsota 15,6 cm? [5,2 cm; 10,4 cm]

2. Razdeli daljico, dolgo 14 cm, na dva dela tako, da je en del trikrat večji od drugega. [3,5 cm; 10,5 cm]

3. Določi dolžino dveh daljic, katerih vsota je 16 cm in je prva trikratnik druge.

4. Razdeli 21 cm dolgo daljico na dva dela, od katerih je prvi štirikratnik drugega. [4,2 cm; 16,8 cm]

5. Razdeli 20 cm dolgo daljico *AB* na tri dele *AC*, *CD*, *DB* tako, da je *CD* trikratnik daljice *AC* in *DB* dvakratnik daljice *CD*.

6. Razdeli 19,2 cm dolgo daljico *AB* na tri enake dele, tako, da sta drugi in tretji del trikratnik oz. dvakratnik prvega dela daljice. [3,2 cm; 9,6 cm; 6,4 cm]

7. Določi dolžini dveh daljic, katerih razlika je 14 cm in je prva daljica trikratnik druge.

8. Razdeli 33 cm dolgo daljico *AB* na tri dele tako, da je drugi del dvakratnik prvega in tretji del štirikratnik drugega. [3 cm; 6 cm; 24 cm]

9. Koliki sta daljici, če je njuna razlika 12 cm in je prva dvakratnik druge? [12 cm; 24 cm]

10. Koliki sta dve daljici, če je njuna razlika 7,2 cm in je prva štirikratnik druge? [2,4 cm; 9,6 cm]

11. Seštej in odštej grafično dve neenaki daljici *AB* in *CD*; njuno vsoto *PQ* in razliko *RS* ponovno seštej in preveri, da je dobljena vsota enaka dvakratniku večje od danih daljic *AB* in *CD*.

12. Izračunaj dve daljici, če meri njuna vsota 11,8 cm in njuna razlika 5,2 cm. [8,5 cm; 3,3 cm]

13. Določi dolžini daljic *AB* in *CD*, katerih vsota meri 20 cm in razlika 4 cm.

14. Seštej in odštej grafično dve neenaki daljici *AB* in *CD*; preveri, da je razlika tako dobljenih daljic *PQ* in *RS* dvakratnik manjše od danih daljic *AB* in *CD*.

15. Koliko merita dve daljici, če je njuna vsota 12,6 cm in njuna razlika 2,2 cm? [7,4 cm; 5,2 cm]

16. Izračunaj dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 17 cm in če je prva daljica za 5 cm večja od dvakratnika druge. (Če odštevaš od vsote dveh daljic 5 cm, dobiš trikratnik manjše daljice.) [4 cm; 13 cm]

17. Na premici načrtaj dve daljici v sosednji legi, če meri njuna vsota 14,5 cm in je prva za 3,1 cm večja od druge. Koliko meri vsaka daljica? [5,7 cm; 8,8 cm]

18. Izračunaj dolžine treh daljic, če sta druga in tretja za 3 cm oz. za 2 cm večji od prve in je vsota vseh treh daljic 20 cm. [5 cm; 8 cm; 7 cm]

19. Izračunaj dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 29 cm in je prva za 3 cm večja od štirikratnika druge. [5,2 cm; 23,8 cm]

20. Načrtaj daljico *AB* in daljico *CD*, ki je $\frac{3}{4}AB$. (Razdeli *AB* na štiri enake dele; potem meri *CD* tri take dele).

21. Izračunaj dolžino daljice, ki je $\frac{3}{5}$ daljice, dolge 25 m. [15 m]

22. Izračunaj dolžino daljice, ki je $\frac{3}{8}$ daljice, dolge 44,8 m. [16,8 m]

23. Izračunaj dolžini dveh daljic, če meri njuna vsota 30 cm in je prva $\frac{1}{4}$ druge.

24. Izračunaj dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 32,4 cm in je prva daljica $\frac{1}{5}$ druge.
[5,4 cm; 27 cm]

25. Vsota treh daljic je 23 cm. Koliko meri vsaka od njih, če je druga za 3 cm večja od prve in tretja za 5 cm večja od druge? (Če odštejemo od vsote treh daljic vsoto *HD* in *KF*, ki meri (3 + 3 + 5) cm = 11 cm, ostane trikratnik manjše daljice, torej ...)
[4 cm; 7 cm; 12 cm]

26. Načrtaj daljico AB in nato daljice: $CD = \frac{1}{4}AB$, $EF = \frac{2}{5}AB$, $GH = \frac{2}{3}AB$. Kako dolge so te daljice, če meri AB 60 cm?

27. Določi dolžini dveh daljic, če je njuna vsota 10 cm in je prva $\frac{2}{3}$ druge.

28. Koliko merita daljici, če je njuna vsota 21 cm in je prva $\frac{3}{4}$ druge? [9 cm; 12 cm]

29. Koliko merita daljici, če je njuna vsota 55 cm in je prva $\frac{4}{7}$ druge? [20 cm; 35 cm]

30. Izračunaj meri daljic, če je njuna vsota 63 cm in je prva $\frac{2}{5}$ druge. [18 cm; 45 cm]

31. Določi meri dveh daljic, če meri njuna razlika 10 cm in je prva $\frac{5}{3}$ druge.

32. Koliko meri vsaka izmed dveh daljic, če je njuna razlika 14 cm in je prva $\frac{5}{3}$ druge?
[21 cm; 35 cm]

33. Razlika dveh daljic je 9 cm in je prva $\frac{7}{4}$ druge. Koliko meri vsaka daljica?
[12 cm; 21 cm]

34. Razlika dveh daljic je 14 cm in je prva $\frac{9}{2}$ druge. Koliko meri vsaka daljica?
[4 cm; 18 cm]

15 Merske enote

15.1 Merjenje dolžine

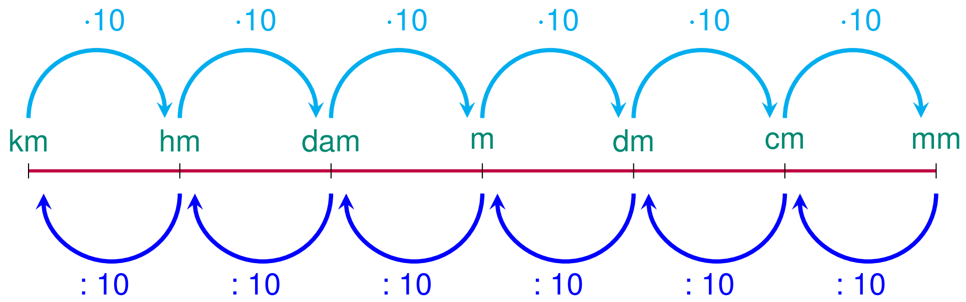
Osnovna merska enota za merjenje dolžine je **meter**. Označujemo ga s črko **m**. 1 meter je pot, ki jo svetloba prepotuje v $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

1 m

				osnovna merska enota			
ime	kilometer	hektometer	dekameter	meter	decimeter	centimeter	milimeter
oznaka in vrednost	km 1000 m	hm 100 m	dam 10 m	m 1 m	dm 0,1 m	cm 0,01 m	mm 0,001 m

Pretvarjanje

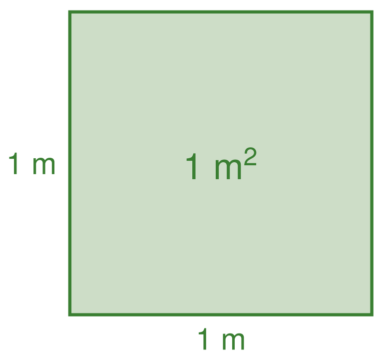
Če pretvarjamo **iz večje** merske enote za dolžino **na manjšo,** moramo na vsakem koraku **pomnožiti z 10.** Če pretvarjamo **iz manjše** merske enote **na večjo,** moramo na vsakem koraku **deliti z 10.**



Faktor pretvarjanja pri merski enoti za dolžino je 10.

15.2 Merjenje površine

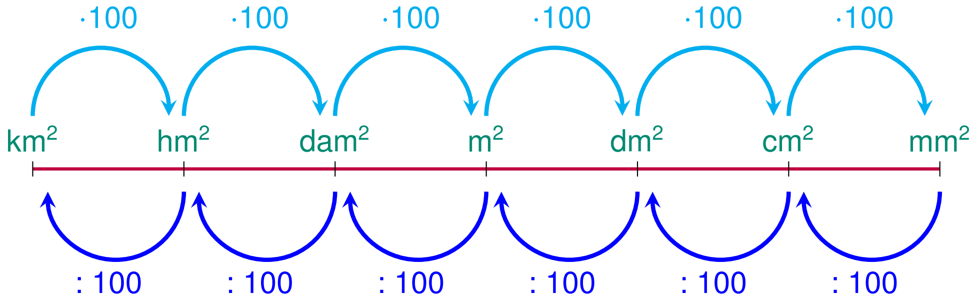
Osnovna merska enota za merjenje površine (ali ploščine) je **kvadratni meter**. Označujemo ga z m^2. 1 kvadratni meter je površina kvadrata s stranico dolgo 1 m.



				osnovna merska enota			
ime	kvadratni kilometer	kvadratni hektometer	kvadratni dekameter	kvadratni meter	kvadratni decimeter	kvadratni centimeter	kvadratni milimeter
oznaka in vrednost	km^2 1 000 000 m^2	hm^2 10 000 m^2	dam^2 100 m^2	m^2 1 m^2	dm^2 0,01 m^2	cm^2 0,000 1 m^2	mm^2 0,000 001 m^2

Pretvarjanje

Če pretvarjamo **iz večje** merske enote za ploščino **na manjšo,** moramo na vsakem koraku **pomnožiti s 100.** Če pretvarjamo **iz manjše** merske enote **na večjo,** moramo na vsakem koraku **deliti s 100.**



Faktor pretvarjanja pri merski enoti za ploščino je 100.

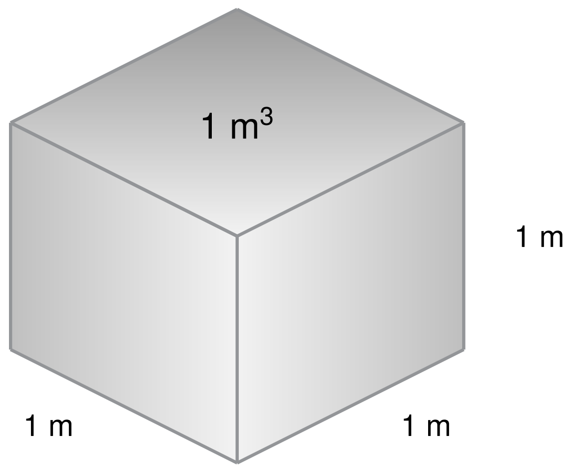
Pogosto se za merjenje površine uporablja tudi enoto **ar** (oznaka a) ali **hektar** (oznaka ha).

$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$

$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$

15.3 Merjenje prostornine

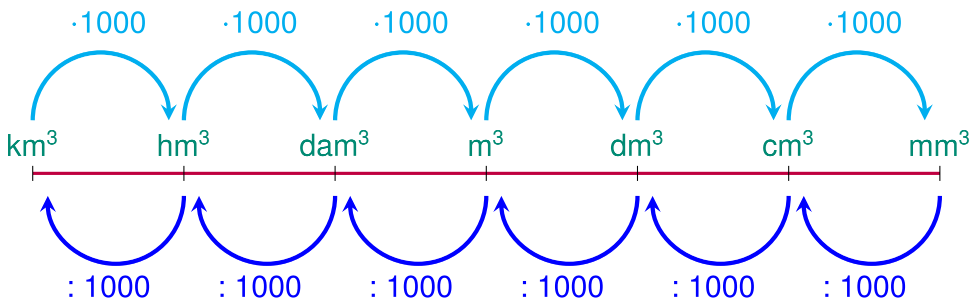
Osnovna merska enota za merjenje prostornine (ali volumna) je **kubični meter**. Označujemo ga z m^3. 1 kubični meter je prostornina kocke z robom dolgim 1 m.



				osnovna merska enota			
ime	kubični kilometer	kubični hektometer	kubični dekameter	kubični meter	kubični decimeter	kubični centimeter	kubični milimeter
oznaka in vrednost	km^3 1 000 000 000 m^3	hm^3 1 000 000 m^3	dam^3 1000 m^3	m^3 1 m^3	dm^3 0,001 m^3	cm^3 0,000 001 m^3	mm^3 0,000 000 001 m^3

Pretvarjanje

Če pretvarjamo **iz večje** merske enote za volumen **na manjšo,** moramo na vsakem koraku **pomnožiti s 1000.** Če pretvarjamo **iz manjše** merske enote **na večjo,** moramo na vsakem koraku **deliti s 1000.**



Faktor pretvarjanja pri merski enoti za prostornino je 1000.

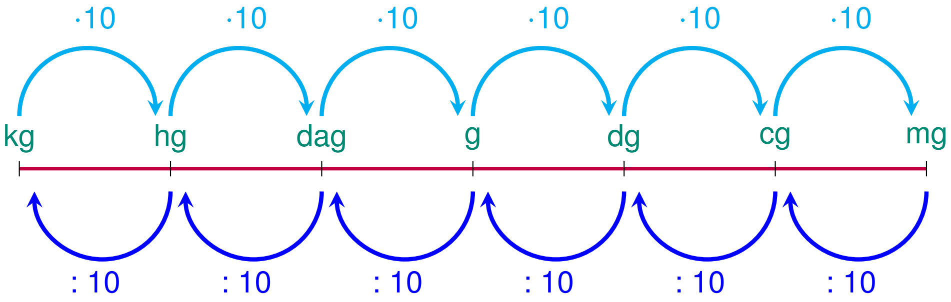
15.4 Merjenje mase

Osnovna merska enota za merjenje mase je **kilogram**. Označujemo ga s **kg**.

	osnovna merska enota						
ime	kilogram	hektogram	dekagram	gram	decigram	centigram	miligram
oznaka	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
in vrednost	1 kg	0,1 kg	0,01 kg	0,001 kg	0,000 1 kg	0,000 01 kg	0,000 001 kg

Pretvarjanje

Če pretvarjamo **iz večje** merske enote za maso **na manjšo,** moramo na vsakem koraku **pomnožiti z 10.** Če pretvarjamo **iz manjše** merske enote **na večjo,** moramo na vsakem koraku **deliti z 10.**



Faktor pretvarjanja pri merski enoti za maso je 10.

1 t = 1000 kg

Za večje mase pogosto uporabljamo enoto **tona** (oznaka t).

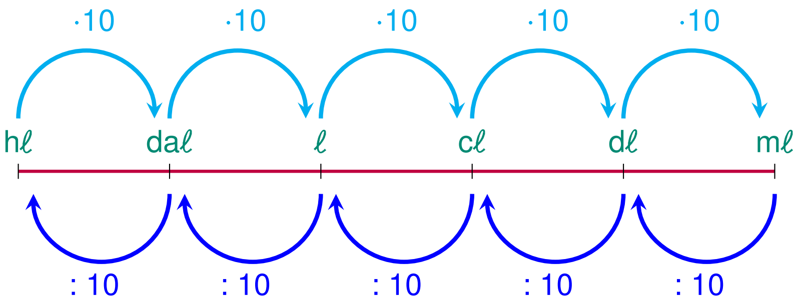
15.5 Merjenje tekočine

Osnovna merska enota za merjenje tekočine je **liter**. Označujemo ga s črko ℓ.

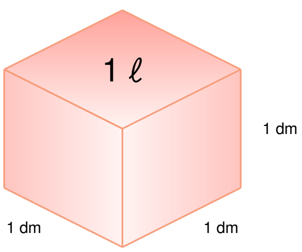
			osnovna merska enota			
ime	hektoliter	dekaliter	liter	deciliter	centiliter	mililiter
oznaka	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ
in vrednost	100 ℓ	10 ℓ	1 ℓ	0,1 ℓ	0,01 ℓ	0,001 ℓ

Pretvarjanje

Če pretvarjamo **iz manjše** merske enote **na večjo,** moramo na vsakem koraku **deliti z 10.** Če pretvarjamo **iz večje** merske enote **na manjšo,** moramo na vsakem koraku **pomnožiti z 10.**



Faktor pretvarjanja pri merski enoti za tekočine je 10.



V kocko s prostornino 1 dm^3 lahko natočimo 1 ℓ tekočine. V kocko s prostornino 1 m^3 lahko natočimo 1000 ℓ tekočine.

1 ℓ = 1 dm^3
1000 ℓ = 1 m^3

16 Vaje z merskimi enotami

16.1 Merske enota za dolžino

1. **(a)** 22 dam = ... mm
   (b) 783 mm = ... m
   (c) 50 dm = ... cm
2. **(a)** 3,33 cm = ...hm
   (b) 6,43 km = ... hm
   (c) 97 cm = ... mm
3. **(a)** 0,234 cm = ... mm
   (b) 86,42 hm = ... dam
   (c) 202,3 cm = ...dm
4. **(a)** 0,5 dm = ... km
   (b) 5770 cm = ... m
   (c) 67,5 m = ... hm
5. **(a)** 2873,5 cm = ... km
   (b) 3,9 dam = ... dm
   (c) 9,5 km = ... dam
6. **(a)** 802 m = ... mm
   (b) 204 km = ... cm
   (c) 973 dm = ... m
7. **(a)** 1,9 m = ... mm
   (b) 20,2 dam = ... km
   (c) 72 m = ... hm
8. **(a)** 971,1 cm = ... mm
   (b) 3075,2 mm = ... m
   (c) 62,2 hm = ... dam
9. **(a)** 3,49 cm = ... dm
   (b) 8190 dm = ... km
   (c) 4,609 km = ... mm
10. **(a)** 3540 dam = ... m
    (b) 8,523 dm = ... hm
    (c) 0,9052 hm = ... m
11. 72749 cm = ...mm = ... dam = ... km
12. 0,2 cm = ...mm = ... dm = ... m
13. 33,792 m = ...cm = ... dam = ... dm
14. 0,97 m = ... dam = ... km = ... cm
15. 44711 m = ... cm = ... hm = ... km
16. 9,755 dam = ... mm = ... m = ... km
17. 357 cm = ... m =....... dam = ... dm
18. 700 km = ... hm = ... cm = ... dam
19. 0,00002 hm = ... cm = ... m = ... km
20. 3577 mm − 0,32 dam + 37 cm = ... m
21. 20708 mm − 577,2 cm + 8,03 hm = ... dam
22. 7,4 m + 1,25 dam + 5,24 cm = ... hm
23. 6,667 dam + 2,24 hm − 572 cm − 32 mm = ... mm
24. 23,04 m − 77 cm − 1,203 dm − 5 m = ... dam
25. 8,543 hm − 0,854 km + 20 cm − 199 mm = ... dm
26. 7339 mm + 0,47 hm + 222 cm − 4,4 m = ... dam
27. Preveri pravilnost naslednjih enačb. Napiši **pravilno** ali **nepravilno.**
    (a) 53,2 m = 5,32 km ....
    (b) 0,7 cm = 7 mm ....
    (c) 0,05 hm = 0,5 dam ....
    (d) 88 km = 8800 m ....
    (e) 26,26 dam = 2,626 m ....
    (f) 805 hm = 80,5 km ....

16.2 Merske enote za površino

1. (a) $5{,}8\ dam^2 = \dots\dots\dots\ dm^2$
   (b) $0{,}0072\ hm^2 = \dots\dots\dots\ dm^2$
   (c) $5542{,}78\ m^2 = \dots\dots\dots\ hm^2$
2. (a) $43\ hm^2 = \dots\dots\dots\ m^2$
   (b) $7772\ dm^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
   (c) $207\ dam^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
3. (a) $9\ km^2 = \dots\dots\dots\ dam^2$
   (b) $22{,}757\ m^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
   (c) $6{,}8\ cm^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
4. (a) $0{,}82\ hm^2 = \dots\dots\dots\ dam^2$
   (b) $11{,}6\ m^2 = \dots\dots\dots\ dm^2$
   (c) $11{,}6\ dm^2 = \dots\dots\dots\ m^2$
5. (a) $52\ dam^2 = \dots\dots\dots\ hm^2$
   (b) $853{,}91\ mm^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
   (c) $0{,}966\ km^2 = \dots\dots\dots\ m^2$
6. (a) $18\ hm^2 = \dots\dots\dots\ km^2$
   (b) $5{,}5207\ dam^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
   (c) $0{,}5\ m^2 = \dots\dots\dots\ hm^2$
7. (a) $63{,}2\ dm^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
   (b) $8{,}808\ hm^2 = \dots\dots\dots\ m^2$
   (c) $1{,}12\ km^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
8. (a) 2 ha = ... a
   (b) $22\ m^2 = \dots\dots\dots$ a
   (c) 3,7 a = ...ha
9. (a) $0{,}8\ m^2 = \dots\dots\dots$ha
   (b) 5,23 ha = ... a
   (c) $667\ a = \dots\dots\dots\ m^2$
10. (a) $22{,}723\ cm^2 = \dots\dots\dots\ m^2$
    (b) $327\ m^2 = \dots\dots\dots$ ha
    (c) $0{,}62\ km^2 = \dots\dots\dots$ a
11. $3\ m^2 = \dots\dots\ cm^2 = \dots\dots\ mm^2 = \dots\dots\ dm^2$
12. $4{,}62\ hm^2 = \dots\dots\ km^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ cm^2$
13. $78{,}2\ cm^2 = \dots\dots\ hm^2 = \dots\dots\ dam^2 = \dots\dots\ mm^2$
14. $664{,}07\ dam^2 = \dots\dots\ dm^2 = \dots\dots\ cm^2 = \dots\dots\ m^2$
15. $28{,}39\ km^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ cm^2 = \dots\dots\ mm^2$
16. $1{,}0707\ dam^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ mm^2 = \dots\dots\ km^2$
17. $5{,}555\ cm^2 = \dots\dots\dots hm^2 = \dots\dots\dots\ mm^2 = \dots\dots\ m^2$
18. $82{,}2801\ km^2 = \dots\dots\ dm^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ cm^2$
19. $90\,000{,}2\ cm^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ dm^2 = \dots\dots\ hm^2$
20. $33{,}58\ m^2 = \dots\dots\ hm^2 = \dots\dots\ dam^2 = \dots\dots\ cm^2$
21. $2\ hm^2 = \dots\dots\ km^2 = \dots\dots\dots\ m^2 = \dots\dots\dots\ dam^2$
22. $0{,}28\ dm^2 = \dots\dots\ cm^2 = \dots\dots\ mm^2 = \dots\dots\ m^2$
23. $32477\ cm^2 = \dots\dots\ m^2 = \dots\dots\ km^2 = \dots\dots\ hm^2$
24. $87543\ mm^2 + 12{,}4\ dm^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
25. $2473{,}2\ cm^2 - 553\ mm^2 + 0{,}78\ m^2 = \dots\dots\dots\ dam^2$
26. $0{,}08\ km^2 + 34\ dam^2 - 0{,}0062\ hm^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
27. $88{,}442\ dam^2 - 2247\ m^2 - 61072\ cm^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
28. $9993\ dm^2 - 0{,}7248\ dam^2 + 1{,}2\ hm^2 = \dots\dots\dots\ km^2$
29. $7\ cm^2 + 0{,}2\ m^2 - 32{,}4\ mm^2 - 0{,}06\ dm^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
30. $25{,}25\ m^2 - 25{,}24 dm^2 + 3{,}2\ hm^2 - 0{,}001\ km^2 = \dots\dots\dots\ mm^2$
31. $5\ m^2 + 9\ dam^2 = \dots\dots\dots\ cm^2$
32. $32{,}4\ dm^2 - 557\ mm^2 = \dots\dots\dots\ dam^2$
33. $635{,}57\ km^2 - 987420\ cm^2 = \dots\dots\dots\ m^2$

16.3 Merske enote za prostornino

1. **(a)** $28{,}444\ dm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$
(b) $0{,}1\ hm^3 = \dots\dots\dots\ m^3$
(c) $32{,}847\ cm^3 = \dots\dots\dots\ dm^3$

2. **(a)** $0{,}0203\ dam^3 = \dots\dots\dots\ m^3$
(b) $8760\ mm^3 = \dots\dots\dots\ cm^3$
(c) $3{,}2\ hm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$

3. **(a)** $0{,}067\ km^3 = \dots\dots\dots\ hm^3$
(b) $28{,}9\ cm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$
(c) $8\ m^3 = \dots\dots\dots\ hm^3$

4. **(a)** $5428\ dm^3 = \dots\dots\dots\ cm^3$
(b) $0{,}7\ hm^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$
(c) $399{,}98\ m^3 = \dots\dots\dots\ dm^3$

5. **(a)** $1{,}81\ dm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$
(b) $1\ hm^3 = \dots\dots\dots\ km^3$
(c) $0{,}006991\ km^3 = \dots\dots\dots\ m^3$

6. **(a)** $97{,}532\ cm^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$
(b) $10765\ dam^3 = \dots\dots\dots\ cm^3$
(c) $449\ dm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$

7. **(a)** $6\ m^3 = \dots\dots\dots\ cm^3$
(b) $9{,}77\ dam^3 = \dots\dots\dots\ dm^3$
(c) $649\ hm^3 = \dots\dots\dots\ km^3$

8. Preveri pravilnost naslednjih enačb. Napiši **pravilno** ali **nepravilno.**

(a) $1\ m^3 = 1000\ dm^3$
(b) $1\ m^3 = 0{,}000001\ km^3$
(c) $5{,}292\ cm^3 = 5292\ mm^3$
(d) $0{,}073\ m^3 = 7{,}3\ dm^3$
(e) $6395{,}5\ dam^3 = 0{,}63955\ hm^3$
(f) $1\ km^3 = 1000\ 000\ 000\ mm^3$
(g) $387644\ dm^3 = 0{,}000387644\ hm^3$
(h) $54{,}6\ cm^3 = 5460\ mm^3$

9. Dopolni naslednje enačbe.

(a) $1\ 000\ hm^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(b) $1\ 000\ 000\ m^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(c) $1\ 000\ dam^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(d) $1\ 000\ 000\ dm^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(e) $1\ 000\ mm^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(f) $1000\ 000\ 000\ cm^3 = 1\ \dots\dots\dots$
(g) $1\ 000\ m^3 = 1\ \dots\dots\dots$

10. Dopolni naslednji enačbi.

(a) $1\ m^3 = \dots\dots\dots\ dam^3 = \dots\dots\dots\ hm^3 = \dots\dots\dots\ km^3$
(b) $1\ m^3 = \dots\dots\dots\ dm^3 = \dots\dots\dots\ cm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$

11. Dopolni naslednji enačbi.

(a) $1\ mm^3 = \dots\dots\dots\ cm^3 = \dots\dots\dots\ dm^3$
(b) $1\ dam^3 = \dots\dots\dots\ hm^3 = \dots\dots\dots\ km^3$

12. Dopolni naslednje enačbe.

(a) $1\ km^3 = \dots\dots\dots\ m^3$; $1\ hm^3 = \dots\dots\dots\ m^3$
(b) $1\ dam^3 = \dots\dots\dots\ m^3$; $1\ dm^3 = \dots\dots\dots\ m^3$
(c) $1\ cm^3 = \dots\dots\dots\ m^3$; $1\ mm^3 = \dots\dots\dots\ m^3$

13. Dopolni naslednje enačbe.

(a) $1\ km^3 = \dots\dots\dots\ hm^3$; $1\ hm^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$
(b) $1\ km^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$; $1\ dm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$
(c) $1\ dm^3 = \dots\dots\dots\ cm^3$; $1\ cm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$

14. Izračunaj naslednje izraze.

(a) $0{,}463\ km^3 - 412\ hm^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$
(b) $29{,}781\ dam^3 + 4302\ cm^3 - 0{,}0099\ hm^3 = \dots\dots\dots\ km^3$
(c) $553\ cm^3 - 0{,}469\ dm^3 + 8100\ mm^3 = \dots\dots\dots\ mm^3$
(d) $7{,}2\ hm^3 - 0{,}0002\ km^3 + 1{,}2\ m^3 + 0{,}9\ cm^3 = \dots\dots\dots\ dam^3$

16.4 Merske enote za tekočine

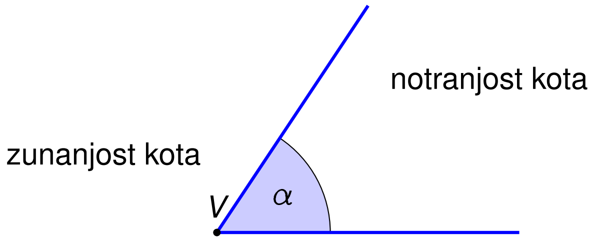
1. (a) 9,72 ℓ = ... cℓ;
   (b) 0,4 ℓ = ... dℓ;
   (c) 2279 mℓ = ... ℓ.
2. (a) 82 hℓ = ... daℓ
   (b) 4,22 cℓ = ... mℓ
   (c) 533,4 ℓ = ... hℓ
3. (a) 5590 mℓ = ... daℓ
   (b) 783 daℓ = ... cℓ
   (c) 3,07 hℓ = ... dℓ
4. (a) 43,24 ℓ = ... hℓ
   (b) 0,009 hℓ = ... dℓ
   (c) 49,242 daℓ = ... mℓ
5. (a) 27,74 dℓ = ...cℓ
   (b) 11,11 dℓ = ... mℓ
   (c) 89,007 hℓ = ... ℓ
6. (a) 5,23 hℓ = ... cℓ
   (b) 0,0504 daℓ = ... dℓ
   (c) 22,884 ℓ = ... mℓ
7. (a) 38,504 ℓ = ... cℓ
   (b) 440 mℓ = ... ℓ
   (c) 7,01 hℓ = ... dℓ
8. (a) 1 daℓ = ... hℓ
   (b) 1 000 hℓ = ... ℓ
   (c) 0,742 daℓ = ... mℓ
9. (a) 1 dm^3 = ...cm^3 = ... mℓ
   (b) 432 cm^3 = ... m^3 = ... hℓ
   (c) 0,052 dam^3 = ... dm^3= .... ℓ
10. (a) 7795 mm^3 = ... cm^3 = ... mℓ
    (b) 28,45 m^3 = ... hm^3 =.......... daℓ
    (c) 0,079 km^3 = ... dam^3 = ... hℓ
11. (a) 7,2 ℓ = ... dm^3 = ... mm^3
    (b) 47,24 ℓ = ... dm^3 = ... m^3
    (c) 8907 hℓ = ... m^3 = ... km^3
12. (a) 767 mℓ = ... cm^3 = ... mm^3
    (b) 0,03 hℓ = ... m^3 = ... dm^3
13. 24,44 daℓ− 2244 dℓ = ... ℓ
14. 696,696 hℓ− 58493 dℓ = ... daℓ
15. 802 ℓ+ 4,4 hℓ = ... hℓ
16. 21583 mℓ− 702 cℓ+ 80,3 ℓ = ... dℓ
17. 52,37 hℓ− 242 ℓ− 73,4 cℓ = ... mℓ
18. 0,04 ℓ+ 7,42 daℓ+ 0,072 hℓ = ... hℓ
19. 247 daℓ+ 807 daℓ+ 0,72 hℓ = ... ℓ
20. 53 cℓ− 53 mℓ+ 53 ℓ+ 53 dℓ = ... hℓ
21. 57 daℓ− 5,7 hℓ+ 0,01 ℓ− 1 cℓ = ... mℓ
22. 3 ℓ+ 81 cℓ = ... dℓ
23. Napiši ustrezno mersko enoto.
    (a) 1,89 cℓ = 0,00189 ....
    (b) 9,5 hℓ = 950 ....
    (c) 0,85 daℓ = 850 ....
    (d) 4560 mℓ = 45,6 ....
    (e) 35,7 cℓ = 3,57 ....
    (f) 0,0541 ℓ = 54,1 ....
    (g) 7,54 .... = 75,4 dℓ
    (h) 25,3 .... = 2530 mℓ
24. Napiši ustrezno mersko enoto.
    (a) 29,07 .... = 2907 ℓ
    (b) 9,754 .... = 975,4 mℓ
    (c) 0,054 .... = 54 ℓ
    (d) 9,56 .... = 9560 cℓ
    (e) 5,359 .... = 535,9 mℓ
    (f) 0,0076 .... = 760 mℓ
    (g) 24783 .... = 24,783 ℓ
    (h) 6433,9 .... = 6,4339 ℓ

16.5 Merska enota za maso

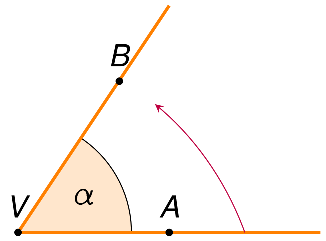
1. **(a)** 8 cg = ... hg
   (b) 678 kg = ... dg
   (c) 0,32 g = ... mg
2. **(a)** 2,4 kg = ... g
   (b) 27,28 dag = ... cg
   (c) 249 hg = ... kg
3. **(a)** 20,7 dag = ... hg
   (b) 0,04 t = ... kg
   (c) 2374,5 g = ... hg
4. **(a)** 2,06 g = ... dg
   (b) 6,69 hg = ... kg
   (c) 8901,6 cg = ... dag
5. **(a)** 0,42 g = ... mg
   (b) 47,4 kg = ... hg
   (c) 2892 mg = ... dag
6. **(a)** 6,34 cg = ... hg
   (b) 5,592 dag = ... t
   (c) 0,4391 t = ... g
7. **(a)** 222,33 g = ... mg
   (b) 0,0725 kg = ...dg
   (c) 43,4343 hg = ... mg
8. **(a)** 6,8 dag = ... dg
   (b) 73,901 dg = ... kg
   (c) 1278 dg = ... t
9. **(a)** 728 g = ... hg
   (b) 20 000 hg = ... dag
   (c) 100,5 dag = ... kg
10. **(a)** 4,41 t = ... kg
    (b) 8732,5 cg = ... mg
    (c) 0,3201 hg = ... g
11. 2,28 kg = ... g =...... cg =...... dag
12. 5373 mg = ... dg = ... hg = ... g
13. 27,98 g = ... dag = ... dg = ... t
14. 0,031 t = ... kg = ... hg = ... dag
15. 72,11 kg =...... t =...... hg = ... dg
16. 7,42 hg =...... g = ... cg = ... dag
17. 32578 cg = ... kg = ... hg = ... mg
18. 4200 g = ... kg = ... dag =...... dg
19. 3871,1 hg =...... dag = ... g = ... kg
20. 777,07 dag = ... g = ... dg = ... mg
21. 800 hg = ... dg = ... cg = ... t
22. 0,4273 t = ... kg = ... g = ... hg
23. 4,3207 kg = ... cg = ... dg = ... g
24. 25000,3 g = ... kg =...... mg = ... dg
25. 0,37 dg = ... dag =...... cg =...... hg
26. 150 dg − 2,4 g + 0,73 dag = ... hg
27. 63 kg + 242 hg + 3273 g = ... dag
28. 20,1 g − 19,9 cg + 32 dg = ... mg
29. 8644 cg + 2 kg − 15,2 hg + 327 g = ... g
30. 527,03 hg − 527 dag + 1 kg − 1 000 cg = ... dg
31. 9 g + 3 dg = ... g
32. 47,904 hg − 4,23 kg = ... dag
33. 2873 mg − 0,14 g = ... cg
34. 8,92 dag + 77 cg = ... hg
35. 43520 g + 7,4 kg − 82 hg = ... kg

17 Koti

Definicija: Kot je del ravnine, ki ga omejujeta poltraka z istim izhodiščem. Poltraka imenujemo **kraka kota,** izhodišče, ki ga označimo s črko V, pa je **vrh kota**.



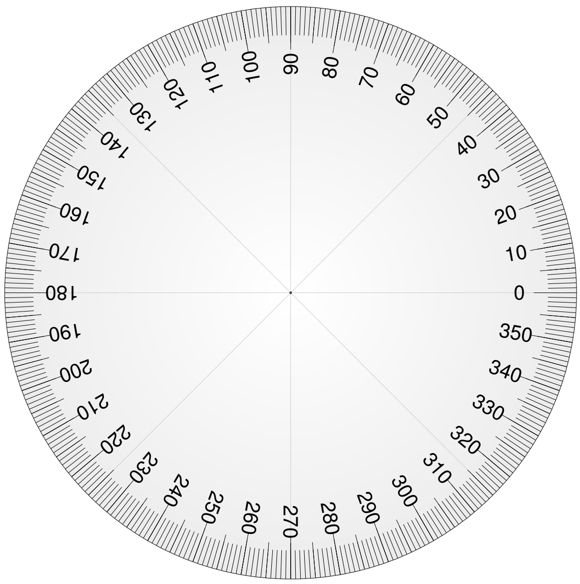
Kote označujemo z vrhom ter točkama na krakih. Črko, s katero označujemo vrh, napišemo na sredini, ostali črki za točki pa postavimo na prvo in tretje mesto.



Kot z vrhom v točki V označimo $\measuredangle AVB$, lahko pa tudi $A\widehat{V}B$.

17.1 Velikost kota

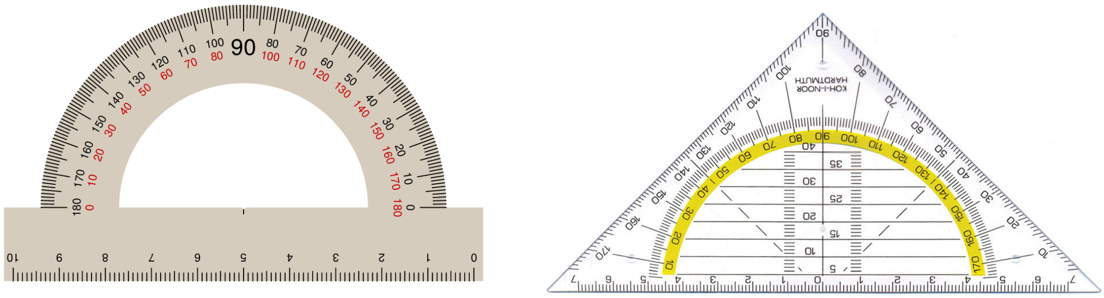
Če polni kot, t.j. kot, ki zajame celo ravnino, razdelimo na 360 enakih delov, dobimo **osnovno mersko enoto** za merjenje kotov: **1 kotno stopinjo (1°).**



Če stopinjo razdelimo na 60 enakih delov, dobimo 1 **kotno minuto**: $1' = \frac{1^\circ}{60}$. To pomeni, da $1^\circ = 60'$. Če minuto razdelimo na 60 enakih delov, dobimo 1 **kotno sekundo**: $1'' = \frac{1'}{60}$. To pomeni, da $1' = 60''$.

17.2 Merjenje in risanje kotov s kotomerom

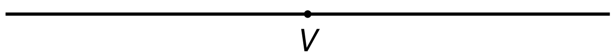
Za merjenje in risanje kotov uporabljamo geometrijski pripomoček, ki mu pravimo **kotomer**. Uporabljamo lahko tudi **geotrikotnik**.



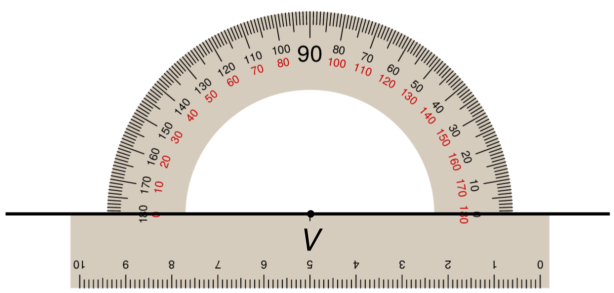
Slika 1: Geometrijska pripomočka kotomer (levo) ter geotrikotnik (desno).

Primer:
Narišimo kot 76°.

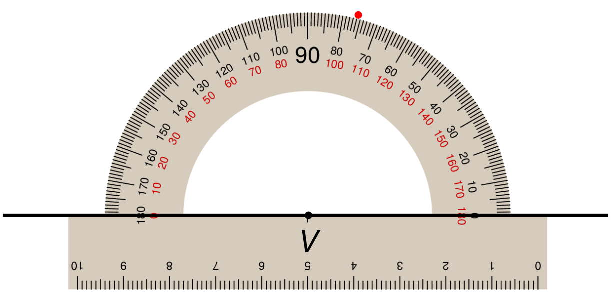
1. korak: Narišemo nosilko kraka kota ter vrh V.



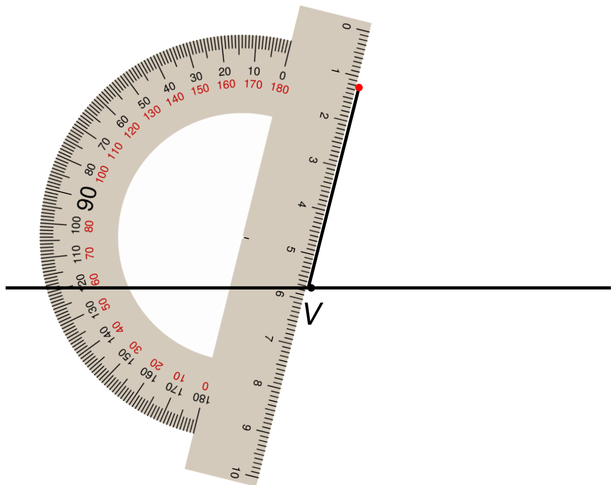
2. korak: Ob vrhu kota postavimo kotomer točno na sredini.



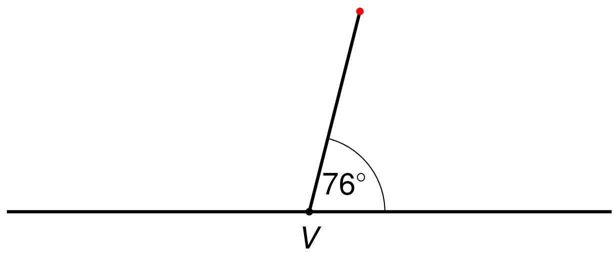
3. korak: Na kotomeru, v obratni smeri urinega kazalca, poiščemo število 76 in si na listu s svinčnikom označimo točko.



4. korak: Kotomer postavimo ob točki V in prej označeni točki ter narišemo ravno črto.



5. korak: Dobljeni kot pravilno označimo.



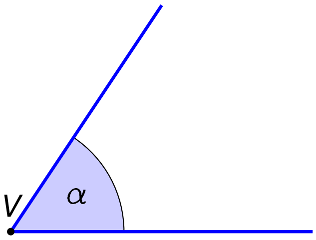
17.3 Vrste kotov

Kot nič

Kraka se prekrivata in kot nima nobene notranje točke, $\alpha = 0°$.

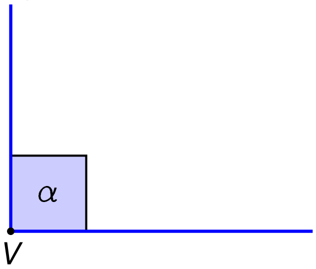
Ostri kot

Ostri koti so koti, ki merijo med 0° ter 90°, to se pravi $0° < \alpha < 90°$.



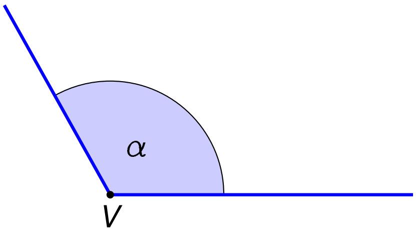
Pravi kot

Kraka pravega kota sta pravokotna eden na drugega, $\alpha = 90°$.



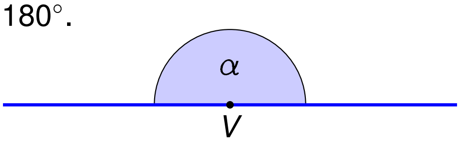
Topi kot

Topi koti so koti, ki merijo med 90° ter 180°, $90° < \alpha < 180°$.



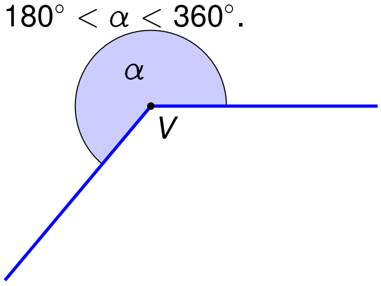
Iztegnjeni kot

Kraka iztegnjenega kota sestavljata premico, $\alpha = 180°$.



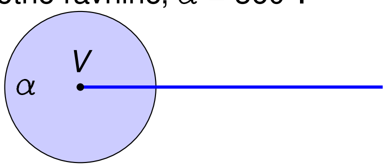
Vdrti kot

Vdrti koti so koti, ki merijo med 180° ter 360°, $180° < \alpha < 360°$.



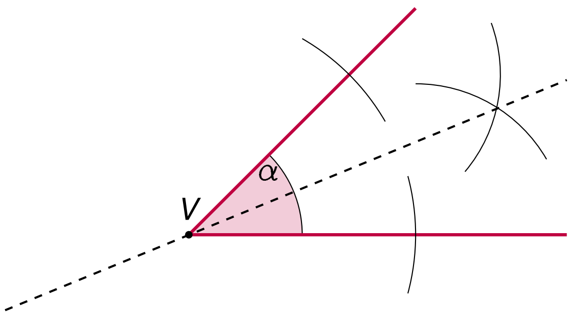
Polni kot

Kraka polnega kota se prekrivata in kot vsebuje celotno ravnino, $\alpha = 360°$.



17.4 Simetrala kota

Definicija: Simetrala kota je premica skozi vrh kota, ki kot razdeli na dva enaka dela.



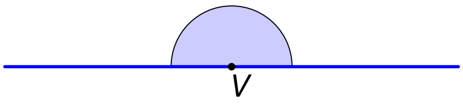
Konstrukcija simetrale kota

Simetralo kota skonstruiramo s šestilom in ravnilom. Šestilo vbodemo v vrh kota α, to je v točko V, ter z isto odprtino šestila narišemo lok nad obema krakoma. Iz dobljenih presečišč narišemo loka z isto odprtino šestila na sredini kota tako, da se sekata. Z ravnilom narišemo simetralo skozi točko V in presečišče lokov.

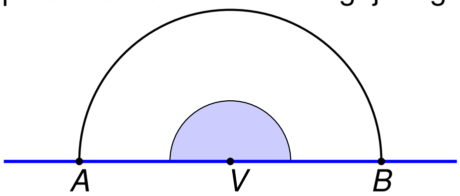
17.5 Načrtovanje kotov

Kot 90°

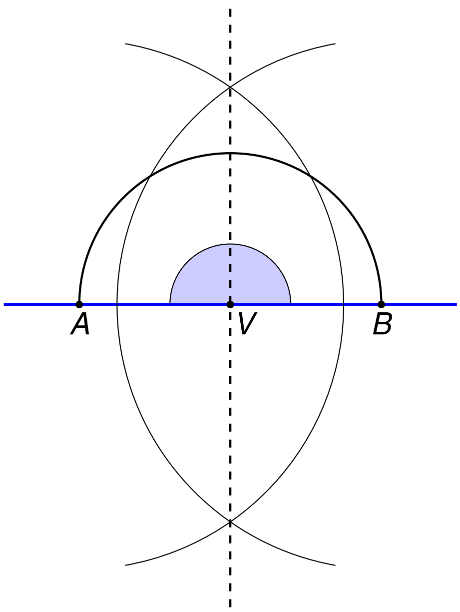
1. **Korak:** Narišemo kot 180°.



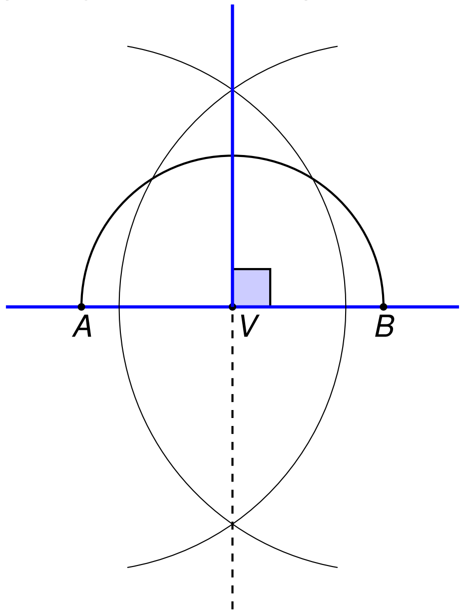
2. **Korak:** Narišemo poljuben polkrog s središčem v točki V. Ter označimo dobljeni presečišči s krakoma iztegnjenega kota.



3. **Korak:** Narišemo simetralo daljice AB.

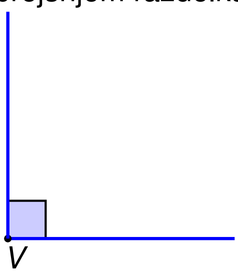


4. **Korak:** Na simetrali narišemo drugi krak pravega kota. Kot 90° primerno označimo.

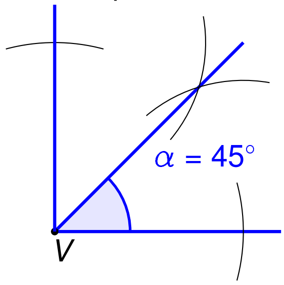


Kot 45°

1. **Korak:** Narišem kot 90°, kot je prikazano v prejšnjem razdelku.

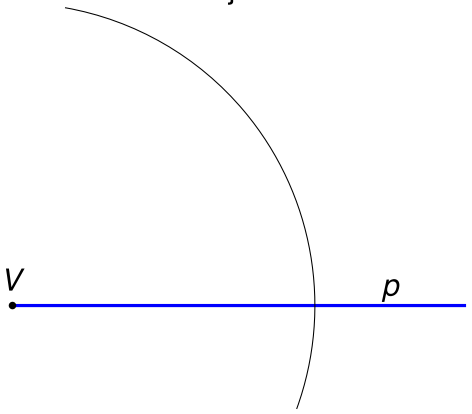


2. **Korak:** Pravemu kotu določimo simetralo. Kot 45° primerno označimo.

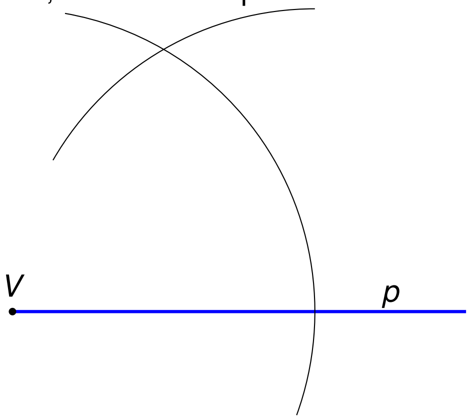


Kot 60°

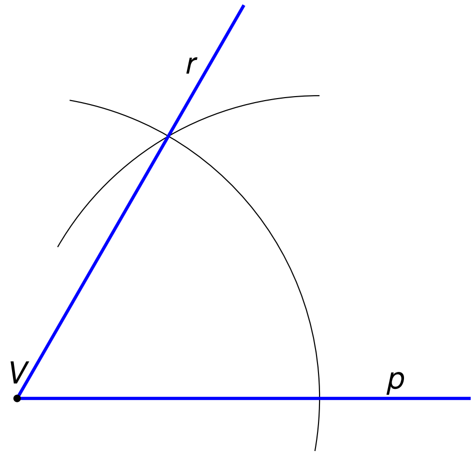
1. **Korak:** Narišemo poltrak *p* in označimo vrh kota s črko *V*. Šestilo vbodemo v točko *V* ter narišimo dovolj velik lok kot na skici.



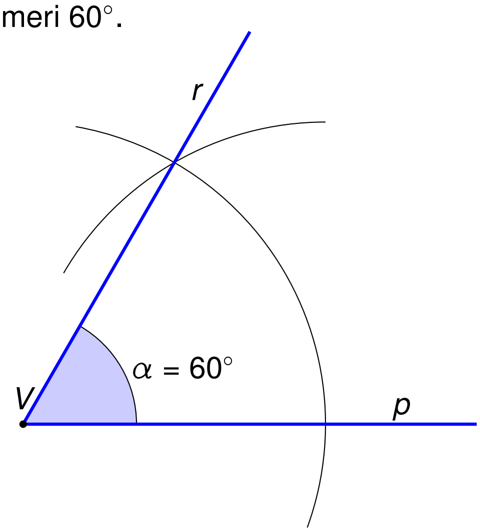
2. **Korak:** Šestilo z isto odprtino vbodemo v dobljeno presečišče ter narišemo manjši lok tako, da se seka s prvim.



3. **Korak:** Skozi dobljeno presečišče, iz vrha *V* narišemo drugi poltrak *r*.

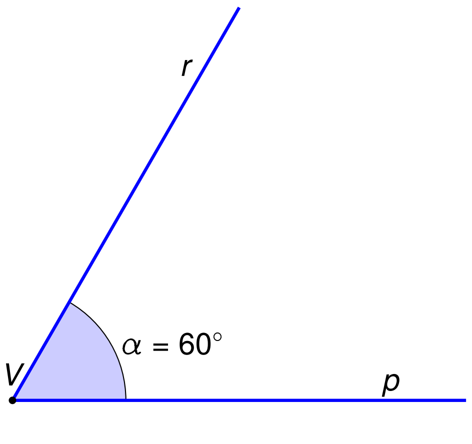


4. **Korak:** V vrhu *V* označimo dobljeni kot α, ki meri 60°.

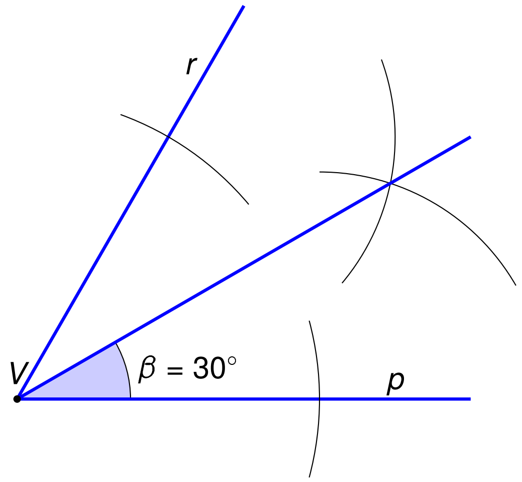


Kot 30°

1. **Korak:** Narišemo kot 60°, kot je opisano v prejšnjem razdelku.

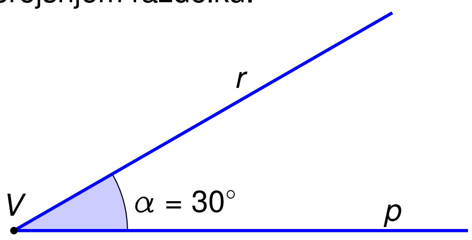


2. **Korak:** Kotu 60° določimo simetralo.

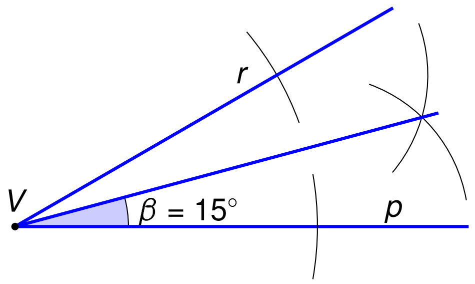


Kot 15°

1. **Korak:** Narišemo kot 30°, kot je opisano v prejšnjem razdelku.



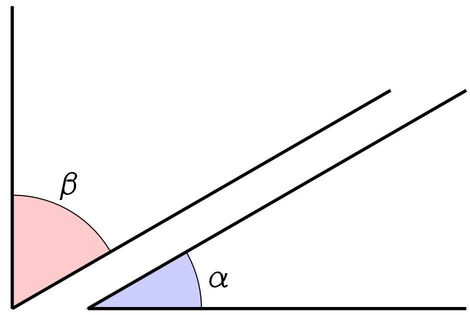
2. **Korak:** Kotu 30° določimo simetralo.



17.6 Komplementarna kota

Definicija: Kota α in β sta komplementarna natanko tedaj, ko je njuna vsota 90°.

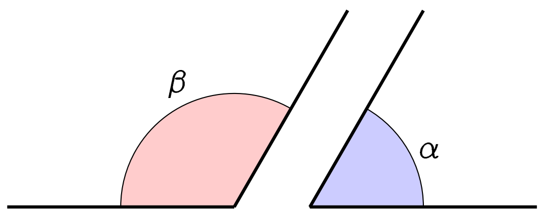
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



17.7 Suplementarna kota

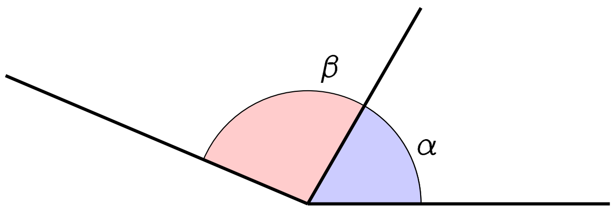
Definicija: Kota α in β sta suplementarna natanko tedaj, ko je njuna vsota 180°.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



17.8 Sosednja kota

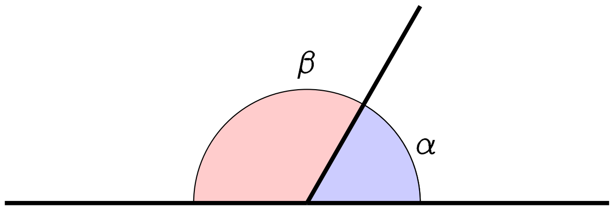
Definicija: Kota α in β sta sosednja natanko tedaj, ko imata skupen vrh ter skupen krak.



17.9 Sokota

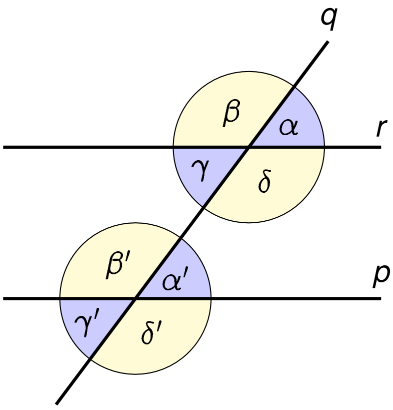
Definicija: Kota α in β sta sokota natanko tedaj, ko sta sosednja ter skupaj tvorita iztegnjeni kot.

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



17.10 Koti ob vzporednicah

Premici p in r sta vzporedni. Če narišemo prečnico q, dobimo 8 kotov, kot kaže spodnja skica.



Kota α in γ sta enaka, imenujemo ju **sovršna kota**. Prav tako sta enaka tudi kota β in δ, α' in γ', β' ter δ'.

Kota α in α' sta tudi enaka, imenujemo ju **protikota**. Protikota sta tudi β in β', γ in γ', δ in δ'.

Kota α in δ' sta suplementarna, imenujemo ju **prikota**. Prav tako sta prikota tudi α' in δ, β in γ', γ ter β'.

Sovršni koti:

$\alpha = \gamma$ $\quad$ $\beta = \delta$ $\quad$ $\alpha' = \gamma'$ $\quad$ $\beta' = \delta'$

Protikoti:

$\alpha = \alpha'$ $\quad$ $\beta = \beta'$ $\quad$ $\gamma = \gamma'$ $\quad$ $\delta = \delta'$

Prikoti:

$\alpha + \delta' = 180^\circ$ $\quad$ $\alpha' + \delta = 180^\circ$ $\quad$ $\beta + \gamma' = 180^\circ$ $\quad$ $\gamma + \beta' = 180^\circ$

17.11 Računanje s koti

17.11.1 Poenostavljanje kotov

Kot, ki je izražen s stopinjami, minutami in sekundami, poenostavimo, če je število minut ali sekund **večje ali enako 60.**

POMNI!

$1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Primer:

$\alpha = 15^\circ 67' 84''$
Vemo, da je $84'' = 1'24''$, zato je $\alpha = 15^\circ 68' 24''$. Na koncu poenostavimo še minute. Vemo, da je $68' = 1^\circ 8''$, zato je $\alpha = 16^\circ 8' 24''$.

17.11.2 Seštevanje in odštevanje kotov

Kote **seštejemo** tako, da v stolpcu seštejemo posebej sekunde, minute ter stopinje. Dobljeno vsoto po potrebi poenostavimo.

Primer:

$\alpha = 74^\circ 45' 14''$
$\beta = 50^\circ 38' 55''$

$\alpha + \beta = ?$

$$\begin{array}{r} 74^\circ\ 45'\ 14''\ + \\ 50^\circ\ 38'\ 55''\ = \\ \hline 124^\circ\ 83'\ 69'' \end{array}$$

$\alpha + \beta = 124^\circ 83' 69'' = 125^\circ 24' 9''$

Kote najprej napišemo v stolpcu: sekunde pod sekundami, minute pod minutami ter stopinje pod stopinjami. Dobljeno vsoto poenostavimo.

Kote **odštejemo** tako, da v stolpcu odštejemo posebej sekunde, minute ter stopinje. Paziti moramo, da so minute ter sekunde v prvi vrstici **večje** od minut in sekund v drugi vrstici.

Primer:

$\alpha = 74^\circ 45' 14''$
$\beta = 50^\circ 38' 55''$

$\alpha - \beta = ?$
$\alpha = 74^\circ 45' 14'' = 74^\circ 44' 74''$

$$\begin{array}{r} 74^\circ\ 44'\ 74''\ - \\ 50^\circ\ 38'\ 55''\ = \\ \hline 24^\circ\ \ 6'\ 19'' \end{array}$$

$\alpha - \beta = 24^\circ 6' 19''$

Kota **ne moremo** odšteti, saj ima kot v prvi vrstici $14''$, kot v drugi pa $55''$. Spremeniti moramo kot α. "Sposodimo" si $1' = 60''$ in jo prištejemo sekundam: $\alpha = 74^\circ 45' 14'' = 74^\circ 44' 74''$.

17.11.3 Množenje in deljenje kotov z naravnim številom

Kot, ki je izražen s stopinjami, minutami in sekundami, **pomnožimo z naravnim številom** tako, da posebej pomnožimo sekunde, posebej minute ter posebej stopinje z danim naravnim številom. Dobljeni produkt po potrebi poenostavimo.

Primer:

$\alpha = 52°25'35''$

$3 \cdot \alpha = ?$

$$\begin{array}{l} 52°\ 25'\ 35''\ \cdot 3 \\ \hline 156°\ 75'\ 105'' \end{array}$$

Dobljeni rezultat moramo **poenostaviti.**
$3 \cdot \alpha = 156°75'105'' = 156°76'45'' = 157°16'45''$.

Kot, ki je izražen s stopinjami, minutami in sekundami, **delimo z naravnim številom** tako, da najprej delimo stopinje, morebitni ostanek pa prištejemo minutam. Z istim številom delimo tudi tako dobljeno vsoto ter morebitni ostanek prištejemo sekundam. Na koncu delimo še dobljeno vsoto pri sekundah.

Primer:

$\alpha = 112°27'30''$

$\alpha : 5 = ?$

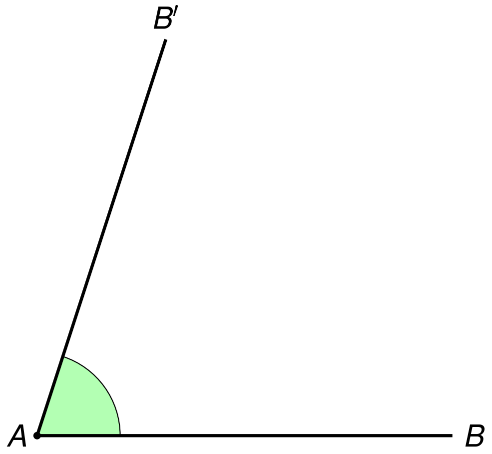
Najprej delimo stopinje: $112° : 5 = 22°$ ter $2°$ ostaneta. $2° = 120'$.
Dobljeni ostanek prištejemo minutam $27' + 120' = 147'$ in delimo $147' : 5 = 29'$ ter $2'$ ostaneta. $2' = 120''$.
Dobljeni ostanek prištejemo sekundam $30'' + 120'' = 150''$ in delimo $150'' : 5 = 30''$.

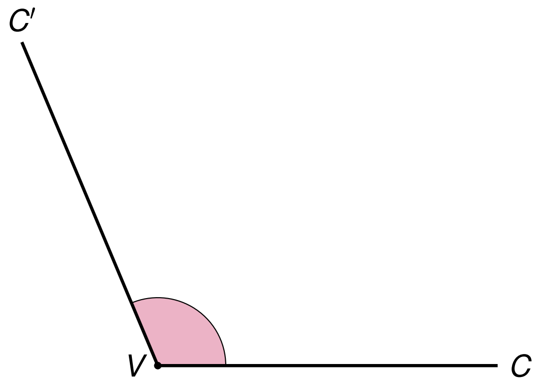
Rezultat je $\alpha : 5 = 22°29'30''$.

18 Vaje s koti

1. V ravnini nariši točke A, B, C in D. Nariši:
   (a) $\measuredangle BAD$ in ga označi z α
   (b) $\measuredangle BCD$ in ga označi z γ
   (c) $\measuredangle ACD$ in ga označi z ε

2. S kotomerom ali geotrikotnikom izmeri dane kote.





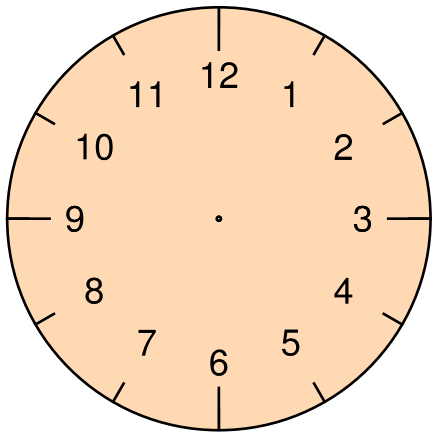
3. Za vsak navedeni primer s šestilom načrtaj krog s polmerom 2 cm. V njem prikaži kote, ki jih minutni kazalec opravi v določenem času in jih izmeri. Velikost kota najprej oceni in oceno primerjaj z izmerjenim rezultatom.

(a) 15 minut	(d) 20 minut
(b) 10 minut	(e) 5 minut
(c) 30 minut	(f) 45 minut

4. Nariši kote in določi vrsto kota (ostri, topi kot itd.).

(a) 60°	(d) 35°	(g) 194°
(b) 120°	(e) 17°	(h) 235°
(c) 90°	(f) 97°	(i) 180°

5. Razišči, kolikšen kot oklepata urina kazalca v določenih časih. Preveri svoje ugotovitve tako, da na uri izmeriš velikost kota.



(a) ob 1. uri	(e) ob 11. uri
(b) ob 4. uri	(f) ob 6. uri
(c) ob 16. uri	(g) ob 20. uri
(d) ob 9. uri	(h) ob 10. uri

6. Koliko stopinj opiše minutni kazalec vsako minuto? Koliko vsakih 5 minut? Koliko stopinj pa opiše urni kazalec vsako uro?

7. Načrtaj pravi kot in njegovo simetralo.

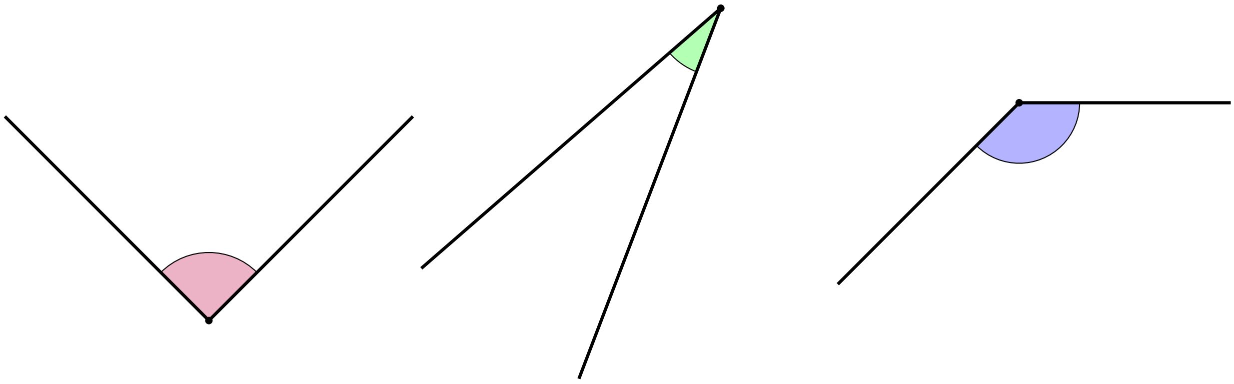
8. S pomočjo šestila načrtaj kot 45°. Pomagaj si z navodili na strani 94.

9. S šestilom načrtaj kot 60° in kot 30°. Pomagaj si z navodili na strani 94 in 95.

10. S šestilom načrtaj kot 75°.

11. Načrtaj poljubni topi kot in s šestilom mu nariši simetralo.

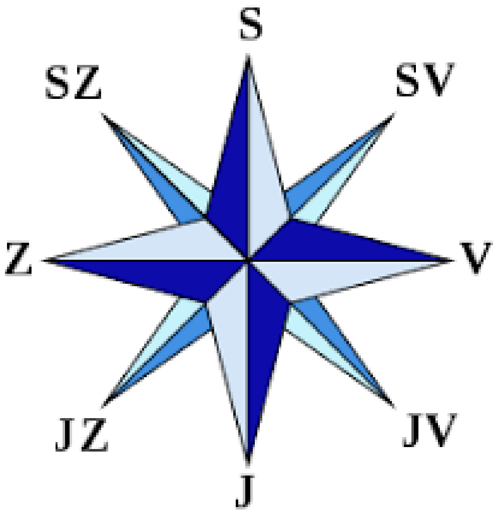
13. S pomočjo šestila načrtaj simetrale kotov. Kote najprej preriši v zvezek.



14. Izpolni tabelo.

	kota sta			vsota kotov je			
KOTI	komplementarna	suplementarna	vsota kotov	ostri kot	pravi kot	topi kot	iztegnjeni kot
70° in 40°	ne	ne	110°	ne	ne	da	ne
55° in 35°							
30° in 120°							
45° in 45°							
78° in 34°							
120° in 60°							
15° in 30°							
40° in 140°							

15. Pozorno opazuj rožo vetrov. Kateri kot oklepajo razne smeri s severom? Izpolni tabelo.

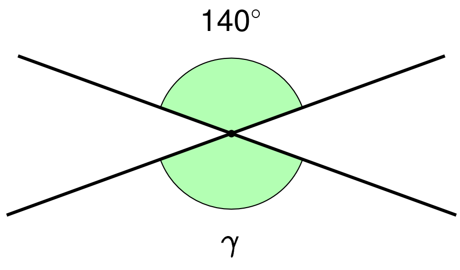


S	SV	V	JV	J	JZ	Z	SZ
0°							

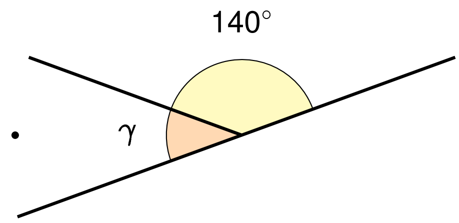
16. Nariši sokota in njuni simetrali. Kolikšen kot oklepata simetrali? Utemelji odgovor.

17. Izračunaj kot γ.

(a)

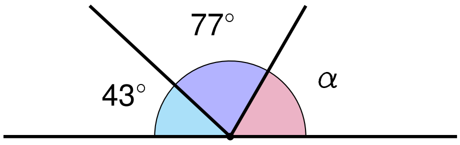


(b)

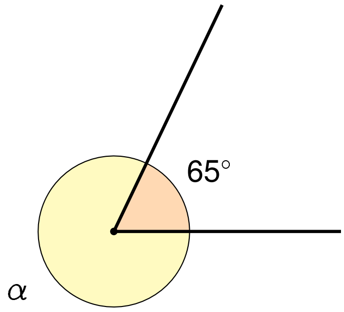


18. Izračunaj kot α.

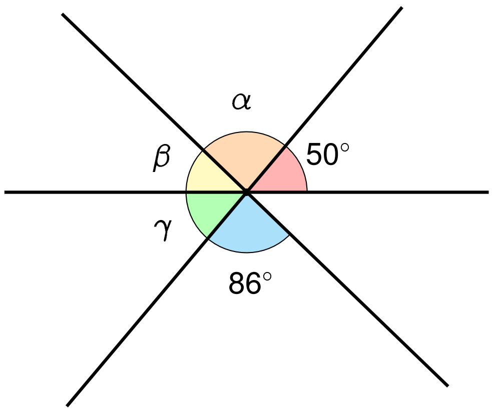
(a)



(b)

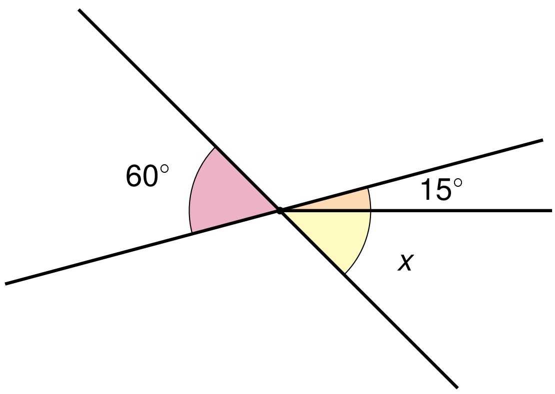


19. Izračunaj kote α, β in γ.

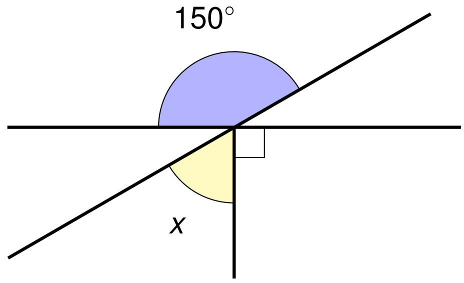


20. Izračunaj kot x.

(a)

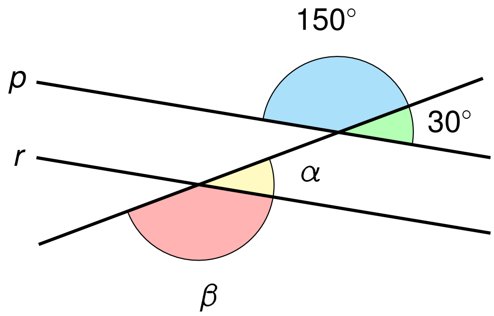


(b)

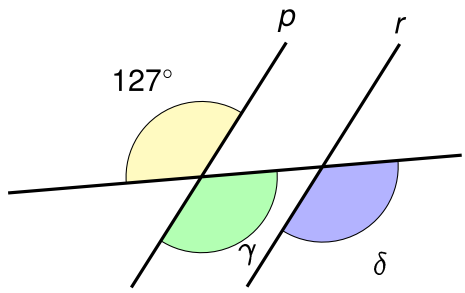


21. Premici p in r sta vzporedni. Določi označene kote.

(a)

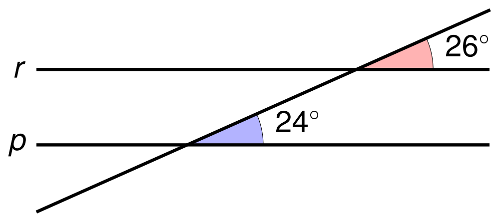


(b)

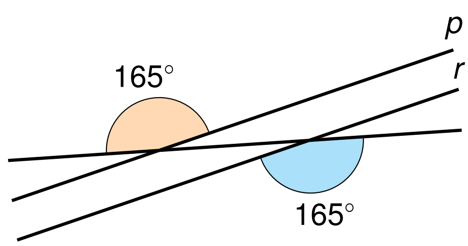


22. Ugotovi, ali sta premici p in r vzporedni.

(a)



(b)



18.1 Računanje s koti

Poenostavi naslednje kote.

1. **(a)** $82°70'83''$ **(b)** $92°137'42''$; **(c)** $36°58'142''$
2. **(a)** $65°117'180''$ **(b)** $6°187'365''$ **(c)** $29°235'300''$
3. **(a)** $49°25'185''$ **(b)** $15°97'243''$ **(c)** $17°56'240''$
4. **(a)** $60°241'197''$ **(b)** $93°120'240''$ **(c)** $121°179'60''$
5. **(a)** $55°320''$ **(b)** $61°380''$ **(c)** $19°243''$
6. **(a)** $19°180''$ **(b)** $27°189''$ **(c)** $72°360''$
7. **(a)** $61°420'$ **(b)** $31°560'$ **(c)** $93°541'$

Izračunaj vsote kotov.

8. $25°12'25''+4°13'23''$ [29°25'48'']
9. $71°27'40''+13°31'19''$ [84°58'59'']
10. $29°47'13''+5°27''+3°10'$ [37°57'40'']
11. $37°53'42''+20°7'43''$ [58°1'25'']
12. $8°54'43''+5°10'15''+8°7'$ [22°11'58'']
13. $130°+4°93'7''+40°61''$ [175°34'8'']
14. $45°80'50''+7°13'27''+2°10'10''$ [55°44'27'']
15. $29'30''+47°45''+13°40'$ [61°10'15'']

Izračunaj razlike kotov.

16. $47°35'93''-17°15'43''$ [30°20'50'']
17. $65°92'68''-15°52'18''$ [50°40'50'']
18. $110°147'98''-90°17'35''$ [22°11'3'']
19. $93°161'113''-23°39'13''$ [72°3'40'']
20. $61°65'83''-10°75'43''$ [50°50'40'']
21. $13°18'42''-7°9'52''$ [6°8'50'']
22. $29°53'82''-8°62'92''$ [20°50'50'']
23. $60°92''-9°20'12''$ [50°41'20'']

Izračunaj produkt kotov.

24. **(a)** $27^\circ 13' 22'' \cdot 2$ **(b)** $15^\circ 11' 18'' \cdot 3$ $[54^\circ 26' 44''; 45^\circ 33' 54'']$

25. **(a)** $41^\circ 21' 17'' \cdot 3$ **(b)** $31^\circ 10' 15'' \cdot 4$ $[124^\circ 3' 51''; 124^\circ 41']$

26. **(a)** $12^\circ 27' 20'' \cdot 4$ **(b)** $8^\circ 12' 15'' \cdot 5$ $[49^\circ 49' 20''; 41^\circ 1' 15'']$

27. **(a)** $80^\circ 20' 42'' \cdot 3$ **(b)** $14^\circ 28' 32'' \cdot 2$ $[241^\circ 2' 6''; 28^\circ 57' 4'']$

28. **(a)** $7^\circ 15' 10'' \cdot 12$ **(b)** $13^\circ 21' 60'' \cdot 6$ $[87^\circ 2'; 80^\circ 12']$

29. **(a)** $21^\circ 19' 7'' \cdot 10$ **(b)** $8^\circ 41' 57'' \cdot 8$ $[213^\circ 11' 10''; 69^\circ 35' 36'']$

30. **(a)** $25^\circ 10' 27'' \cdot 3$ **(b)** $5^\circ 18' 13'' \cdot 11$ $[75^\circ 31' 21''; 58^\circ 20' 23'']$

31. **(a)** $40^\circ 23' 15'' \cdot 7$ **(b)** $7^\circ 21' 45'' \cdot 9$ $[282^\circ 42' 45''; 66^\circ 15' 45'']$

32. **(a)** $8^\circ 16' 21'' \cdot 5$; **(b)** $15^\circ 27' 35'' \cdot 4$ $[41^\circ 21' 45''; 61^\circ 50' 20'']$

Izračunaj količnik kotov.

33. **(a)** $97^\circ 13' 20'' : 8$ **(b)** $10^\circ 122' 100'' : 2$ $[12^\circ 9' 10''; \ 6^\circ 1' 50'']$

34. **(a)** $12^\circ 183' 81'' : 3$ **(b)** $31^\circ 21' : 6$ $[5^\circ 1' 27''; \ 5^\circ 13' 30'']$

35. **(a)** $50^\circ 4' 45'' : 7$ **(b)** $4^\circ 49' 48'' : 9$ $[7^\circ 9' 15''; \ 32' 12'']$

36. **(a)** $207^\circ 136' 57'' : 9$ **(b)** $168^\circ 3' 44'' : 7$ $[23^\circ 15' 13''; \ 24^\circ 32'']$

37. **(a)** $69^\circ 35' 36'' : 8$ **(b)** $241^\circ 2' 6'' : 3$ $[8^\circ 41' 57''; \ 80^\circ 20' 42'']$

38. **(a)** $87^\circ 2' : 12$ **(b)** $41^\circ 1' 15'' : 5$ $[7^\circ 15' 10''; \ 8^\circ 12' 15'']$

39. **(a)** $42^\circ 20' 45'' : 5$ **(b)** $224^\circ 55' 30'' : 6$ $[8^\circ 28' 9''; \ 37^\circ 29' 15'']$

40. **(a)** $59^\circ 53' 9'' : 3$ **(b)** $162^\circ 34' 51'' : 7$ $[19^\circ 57' 43''; \ 23^\circ 13' 33'']$

41. **(a)** $206^\circ 42' 36'' : 4$ **(b)** $184^\circ 36' : 9$ $[51^\circ 40' 39''; \ 20^\circ 30' 40'']$

Poenostavi naslednje izraze s kotnimi merami.

42. $(29^\circ 37' 45'' - 16^\circ 45' 19'') \cdot 3$ $[38^\circ 37' 18'']$

43. $(163^\circ - 54^\circ 47' 38'') : 2$ $[54^\circ 6' 11'']$

44. $(16^\circ 45' 29'' + 34^\circ 19' 54'' - 12^\circ 56' 21'') \cdot 5$ $[190^\circ 45' 10'']$

45. $(34^\circ 51' 34'' - 4^\circ 56'' + 5^\circ 27') \cdot 2$ $[72^\circ 35' 16'']$

46. $(20^\circ 45' 55'' + 5^\circ 20'' - 10^\circ 45') : 5$ $[3^\circ 15'']$

47. $(13^\circ 43' 29'' + 34^\circ 6'') \cdot 2 - 78^\circ 54''$ $[17^\circ 26' 16'']$

48. $[189^\circ - (27^\circ 48'' + 35^\circ 38') \cdot 2] : 3$ $[21^\circ 14' 8'']$

49. $[(37^\circ 36' 54'' + 37^\circ 31' 26'') : 4 + 10^\circ 3' 61''] : 2$ $[14^\circ 25' 33'']$

50. $73^\circ 43' - [(24^\circ 26' 27'' + 19^\circ 30' 45'') \cdot 2 - (69^\circ 18' 48'') : 3]$ $[8^\circ 54' 52'']$

51. $[(24^\circ 26' 27'' + 19^\circ 30' 45'') \cdot 2 - (69^\circ 18' 48'') : 3] - 60^\circ 40' 6''$ $[4^\circ 8' 2'']$

18.2 Besedilne naloge s koti

1. Kolika je vsota treh kotov, ki merijo $42^\circ 15' 27''$, $53^\circ 25' 42''$, $25^\circ 45' 40''$? $[121^\circ 26' 49'']$

2. Kolika je razlika kotov, ki merita $57^\circ 15' 27''$ in $32^\circ 20' 43''$? $[24^\circ 54' 44'']$

3. Kot meri 74°. Kolikšen je njegov komplement?

4. Kot meri 132°. Kolikšen je njegov suplement?

5. Kot meri $35^\circ 27'$. Kolikšen je njegov komplement? $[54^\circ 33']$

6. Kot meri $43^\circ 25' 32''$. Izračunaj njegov komplement. $[46^\circ 34' 28'']$

7. Kota merita $43^\circ 52' 20''$ oz. $94^\circ 48' 16''$. Kolik je suplement njune vsote? $[41^\circ 19' 24'']$

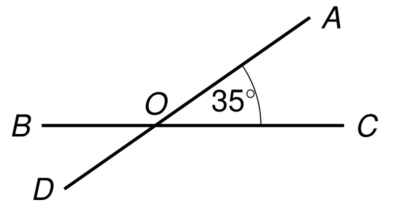
8. Trije poltraki s skupnim izhodiščem razdelijo ravnino na tri kote. Kolik je tretji kot, če merita prvi in drugi $78^\circ 23'$ oz. $104^\circ 35'$? $[177^\circ 2']$

9. Dani kot je za 42° večji od svojega sokota; koliko meri vsak od njiju? $[69^\circ; 111^\circ]$

10. Dani kot je za $37^\circ 19' 34''$ večji od svojega sokota; koliko meri vsak? $[71^\circ 20' 13''; 108^\circ 39' 47'']$

11. Kot meri $37^\circ 28'$. Koliko je njegov dvakratnik? $[74^\circ 56']$

12. Dve premici, ki se sekata v točki O, tvorita štiri kote, eden od teh meri 35°. Koliko meri vsak od ostalih treh?



(Dani kot in kot $\measuredangle BOD$ sta sovršna zato sta ... in vsak od ostalih kotov je sokot danega kota).

$[35^\circ; 35^\circ; 145^\circ; 145^\circ]$

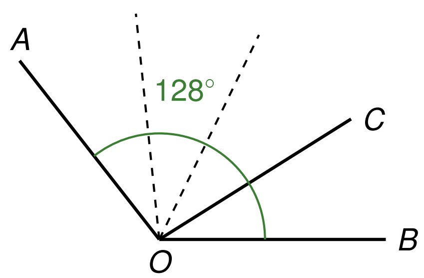
13. Izračunaj trikratnik kota $43^\circ 15' 32''$. $[129^\circ; 46';36'']$

14. Izračunaj polovico kota, ki meri $73^\circ 24'$. $[36^\circ; 42']$

15. Koliko meri četrtina kota $158^\circ 45' 24''$? $[39^\circ 41' 21'']$

16. Simetrala razdeli kot $58^\circ 25' 42''$ na dva kota. Kolik je vsak od njiju? $[29^\circ 12' 51'']$

17. Vsota dveh kotov je 128°, pri čemer je eden trikrat večji od drugega. Koliko meri vsak? (Ravnaj se po vaji 22, tj. razdeli vsoto na štiri dele; eden od teh je manjši kot.)



$[32^\circ; 96^\circ]$

18. Vsota dveh kotov je $130^\circ 15'$ in eden od njiju je dvakratnik drugega. Koliko meri vsak? $[43^\circ 25'; 86^\circ 50']$

19. Vsota dveh kotov je $92^\circ 49' 8''$ in eden od njiju je trikratnik drugega. Koliko meri vsak? $[23^\circ 12' 17''; 69^\circ 36' 51'']$

20. Vsota dveh kotov je $172^\circ 11' 6''$ in eden od njiju je dvakratnik drugega. Koliko meri vsak? $[57^\circ 23' 42''; 114^\circ 47' 24'']$

21. Razlika dveh kotov je 46° in prvi je trikratnik drugega. Koliko meri vsak? $[23^\circ; 69^\circ]$

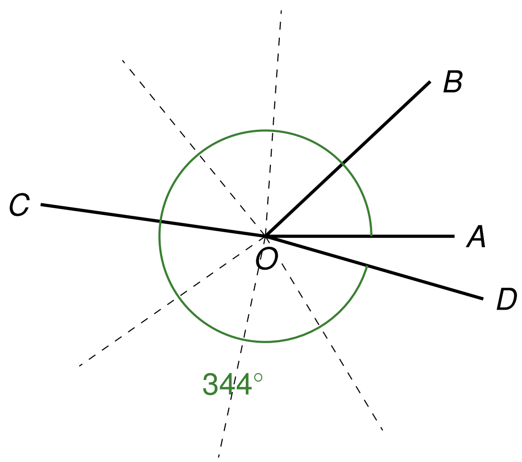
22. Razdeli kot $120^\circ 35'$ na dva dela tako, da je eden od njiju štirikratnik drugega. $[24^\circ 7'; 96^\circ 28']$

23. Razlika dveh kotov je $72^\circ 25'$ in prvi je dvakratnik drugega. Koliko meri vsak? $[72^\circ 25'; 144^\circ 50']$

24. Razlika dveh kotov je $66^\circ 41' 30''$ in eden od njiju je štirikratnik drugega. Izračunaj velikost obeh kotov. $[22^\circ 13' 50''; 88^\circ 55' 20'']$

25. Vsota in razlika dveh kotov sta 100° oz. 46°. Koliko sta kota? $[73^\circ; 27^\circ]$

26. Vsota treh kotov je 344°; drugi in tretji sta trikratnik oz. štirikratnik prvega. Izračunaj mere vseh treh kotov. (Dovolj je, da dano vsoto razdeliš na $1 + 3 + 4 = 8$ enakih delov in ...)



$[43^\circ; 129^\circ; 172^\circ]$

27. Vsota in razlika dveh kotov sta $100^\circ 58'$ oz. $44^\circ 14'$. Izračunaj njuni meri. $[72^\circ 36'; 28^\circ 22']$

28. Vsota in razlika dveh kotov sta $70^\circ 42' 52''$ oz. $43^\circ 45' 52''$. Koliko meri vsak? $[57^\circ 14' 22''; 13^\circ 28' 30'']$

29. Vsota treh kotov je $141^\circ 37' 48''$, drugi in tretji kot pa sta dvakratnik oziroma trikratnik prvega. Izračunaj velikost vseh treh kotov. $[23^\circ 36' 18''; 47^\circ 12' 36''; 70^\circ 48' 54'']$

30. Izračunaj kot, ki je $\frac{3}{4}$ kota $47^\circ 40'$. $[35^\circ 45']$

31. Izračunaj kot, ki je $\frac{5}{9}$ kota $231^\circ 12' 27''$. $[128^\circ 26' 55'']$

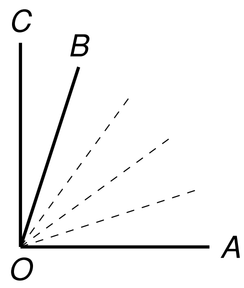
32. Vsota dveh kotov je $69^\circ 16''$ in prvi je 1/3 drugega. Izračunaj oba kota. $[17^\circ 15' 4''; 51^\circ 45' 12'']$

33. Razlika dveh kotov je 28°. Koliko meri vsak? (Vsota obeh kotov je 180°, torej ...) $[104^\circ; 76^\circ]$

34. Vsota dveh kotov je 260° in prvi je 1/4 drugega. Izračunaj meri obeh kotov. $[52^\circ; 208^\circ]$

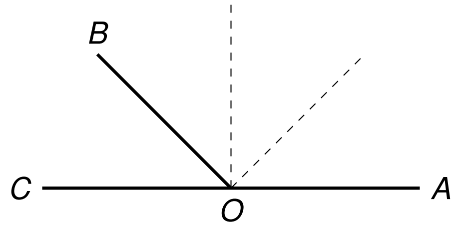
35. Razlika dveh sokotov je $71^\circ 5' 24''$. Koliko meri vsak od njiju? $[125^\circ 32' 42''; 54^\circ 27' 18'']$

36. Dva kota sta komplementarna in prvi je $\dfrac{1}{4}$ drugega. Izračunaj meri obeh kotov.



$[18^\circ; 72^\circ]$

37. Dva kota sta suplementarna in prvi je trikratnik drugega. Koliko meri vsak od njiju?

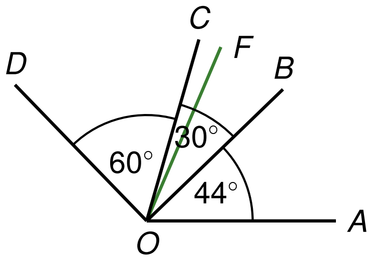


$[45^\circ; 135^\circ]$

38. Vsota treh kotov je 198°. Izračunaj mere vseh treh kotov, če je drugi kot za 12° večji od prvega in tretji za 15° večji od drugega.

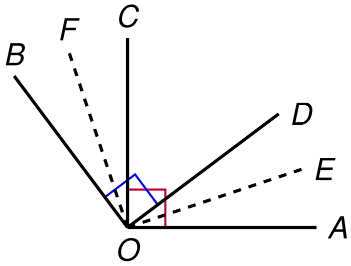
[53°; 65°; 80°]

39. Načrtaj kote $\measuredangle AOB = 44°$, $\measuredangle BOC = 30°$, $\measuredangle COD = 60°$ v sosednji legi in simetralo OF kota $\measuredangle AOD$. Izračunaj mere kotov, ki jih tvori simetrala s poltraki OA,OB,OC,OD.

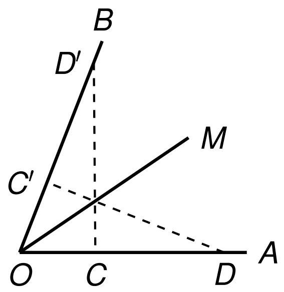


[67°; 23°; 7°; 67°]

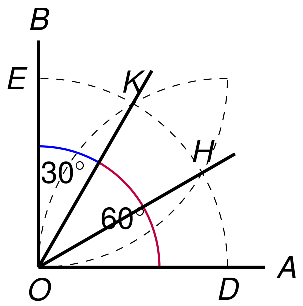
40. Načrtaj topi kot $\measuredangle AOB$ in znotraj njega poltrak OC tako, da $\measuredangle AOC = 90°$ ter poltrak OD tako, da je $\measuredangle DOB = 90°$. Kolik je kot, ki ga oklepata OE in OF, ki sta simetrali kotov $\measuredangle AOD$ in $\measuredangle COB$?



41. Načrtaj kot $\measuredangle AOB$ in označi na njegovem kraku OA poljubni točki C in D. Določi nato na kraku OB drugi točki C' in D' tako, da je $OC' = OC$ in $OD' = OD$. Premici $C'D$ in CD' se sekata v točki M. Preveri, da je poltrak OM simetrala kota $\measuredangle AOB$. (To je torej druga konstrukcija simetrale kota.)

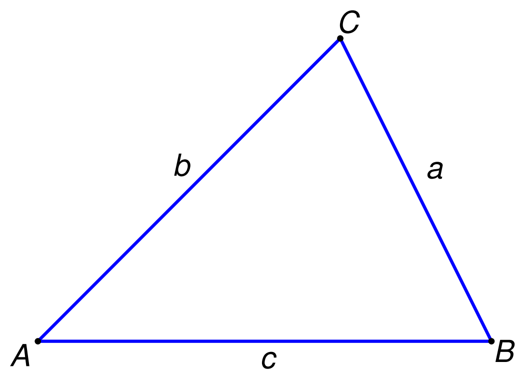


42. Načrtaj kota 30° in 60°. Načrtaj najprej pravi kot $\measuredangle AOB$, nato opiši okrog točke O lok DE s poljubnim polmerom. Nato opiši okrog točke D in E loka s polmerom $DO = EO$. Ta loka sekata lok DE v točkah H in K. Poveži O s H in K ter preveri, da so dobljeni koti AOH, HOK in KOE med seboj enaki; kot EOK je torej $\frac{1}{3}$ pravega kota in meri 30°; kot KOD pa 60°.



19 Trikotniki

Definicija: Trikotnik je del ravnine, ki ga omejujejo tri daljice, pri čemer ima vsak par teh daljic natanko eno skupno krajišče. Daljice imenujemo stranice trikotnika. Krajišča stranic imenujemo oglišča trikotnika. Trikotnik ima tri notranje in tri zunanje kote.



Trikotnik označujemo v **pozitivni smeri** t.j. v nasprotni smeri urinega kazalca. Ko smo izbrali prvo oglišče bo drugo tisto, ki sledi prvemu v obratni smeri urinega kazalca. Oglišča označujemo z velikimi tiskanimi črkami, stranice, ki ležijo nasproti danega oglišča pa označimo z ustrezno malo tiskano črko npr. stranico nasproti oglišča A označimo z a.
Trikotnik z oglišči A, B in C označimo z $\triangle ABC$.

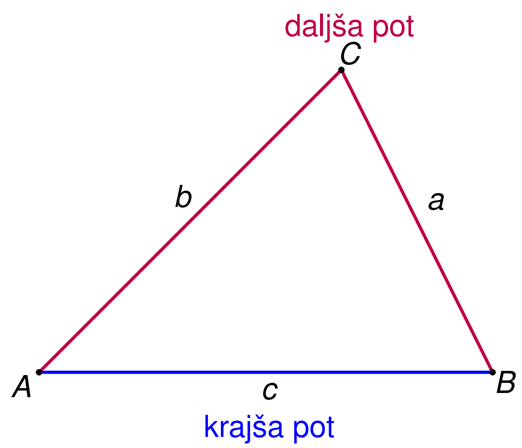
19.1 Trikotniška neenakost

Definicija: Trikotniška neenakost je pravilo, ki nam pove, da trikotnik obstaja natanko tedaj, ko je dolžina vsake stranice manjša od vsote dolžin drugih dveh stranic.

$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$



Če se iz A sprehodimo v B in gremo skozi točke C, prehodimo daljšo pot, kot če iz A gremo po krajši poti direktno v točko B.

Primeri:

(a) Ali obstaja trikotnik s stranicami dolgimi $a = 5$ cm, $b = 6$ cm in $c = 7$ cm?

$b + c = 6\text{ cm} + 7\text{ cm} = 13\text{ cm} > 5\text{ cm}$ ✓

$a + c = 5\text{ cm} + 7\text{ cm} = 12\text{ cm} > 6\text{ cm}$ ✓

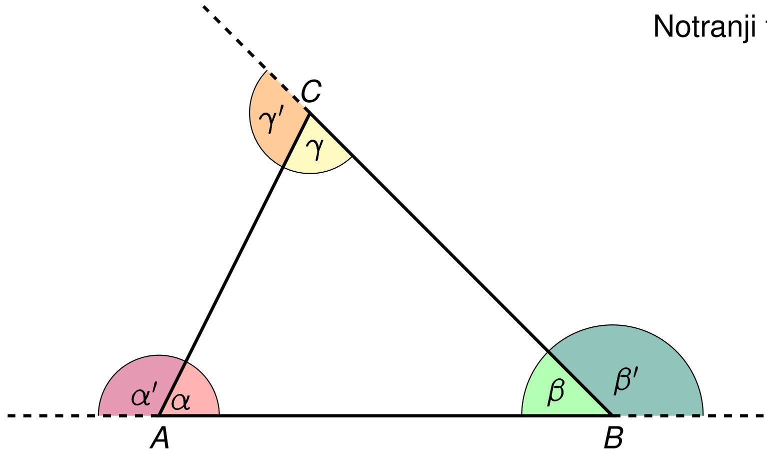
$a + b = 5\text{ cm} + 6\text{ cm} = 11\text{ cm} > 7\text{ cm}$ ✓

Pokazali smo, da **velja** trikotniška neenakost, zato trikotnik s stranicami dolgimi 5 cm, 6 cm in 7 cm zagotovo obstaja.

(b) Ali obstaja trikotnik s stranicami dolgimi $a = 7$ cm, $b = 3$ cm in $c = 2$ cm?
$b + c = 3\text{ cm} + 2\text{ cm} = 5\text{ cm} < 7\text{ cm}$ ✗
Pokazali smo, da **ne velja** trikotniška neenakost, zato trikotnik s stranicami dolgimi 7cm, 2 cm in 3 cm **ne obstaja.**

19.2 Koti v trikotniku

Kote v trikotniku označujemo z **grškimi črkami** α, β in γ. Ob oglišču A je kot α, ob oglišču B je kot β in ob oglišču C je kot γ.
Trikotnik ima tri **notranje kote (**α**,** β**,** γ**)** ter tri **zunanje kote (**α'**,** β'**,** γ'**)** .



Notranji ter ustrezni zunanji kot sta **sokota**.

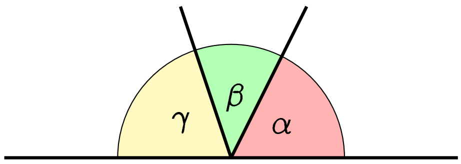
$$\alpha + \alpha' = 180^\circ$$

$$\beta + \beta' = 180^\circ$$

$$\gamma + \gamma' = 180^\circ$$

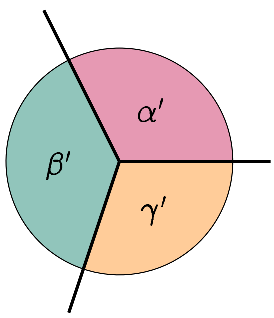
Vsota notranjih kotov v trikotniku je 180°**.**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



Vsota zunanjih kotov v trikotniku je 360°**.**

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$

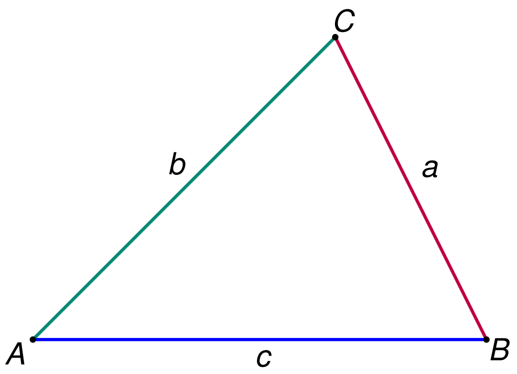


NAREDI SAM: Na list papirja nariši poljuben trikotnik ter pravilno označi **notranje kote.** Kote pazljivo izreži ter jih zalepi enega zraven drugega tako, da kraka sosednjih kotov sovpadata. Ali dobiš iztegnjeni kot? Podobno naredi tudi za zunanje kote.

19.3 Razvrstitev trikotnikov na podlagi dolžin stranic

Raznostranični trikotnik

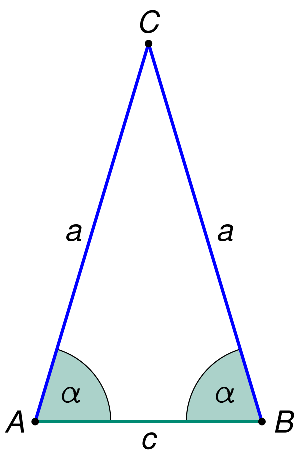
Definicija: Raznostranični trikotnik je trikotnik, ki ima **vse stranice različno dolge.**



$$a \neq b \neq c$$

Enakokraki trikotnik

Definicija: Enakokraki trikotnik je trikotnik, ki ima dve stranici enako dolgi. Enako dolgi stranici sta **kraka trikotnika,** tretja stranica pa je **osnovnica trikotnika.**



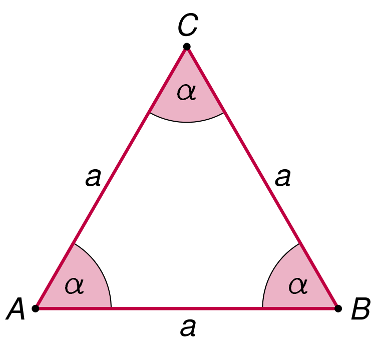
$$a = b$$

Kota ob osnovnici v enakokrakem trikotniku sta enaka.

$$\alpha = \beta$$

Enakostranični trikotnik

Definicija: Enakostranični trikotnik je trikotnik, ki ima **vse stranice enako dolge.**



$$a = b = c$$

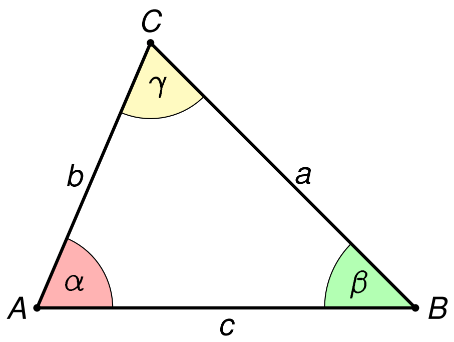
Notranji koti v enakostraničnem trikotniku merijo 60°.

$$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$$

19.4 Razvrstitev trikotnikov na podlagi velikosti kotov

Ostrokotni trikotnik

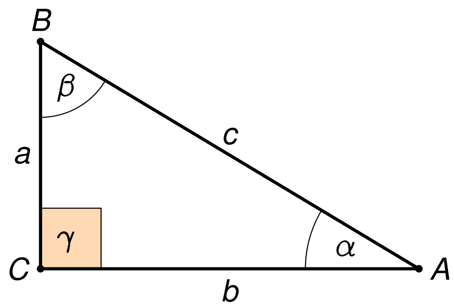
Definicija: Ostrokotni trikotnik je trikotnik, ki ima **vse kote manjše od** 90°**.**



$\alpha,\ \beta,\ \gamma < 90^\circ$

Pravokotni trikotnik

Definicija: Pravokotni trikotnik je trikotnik, ki ima **en pravi kot** (90°**).** Najdaljšo stranico pravokotnega trikotnika imenujemo **hipotenuza,** preostali dve stranici pa sta njegovi **kateti.**



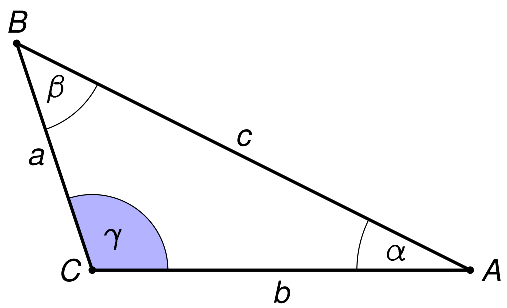
$\gamma = 90^\circ$

stranica c - **hipotenuza**
stranica a - **kateta**
stranica b - **kateta**

V pravokotnem trikotniku je **kateta** b **hkrati tudi višina** trikotnika glede na osnovnico a in prav tako je **kateta** a **hkrati tudi višina** na osnovnico b.

Topokotni trikotnik

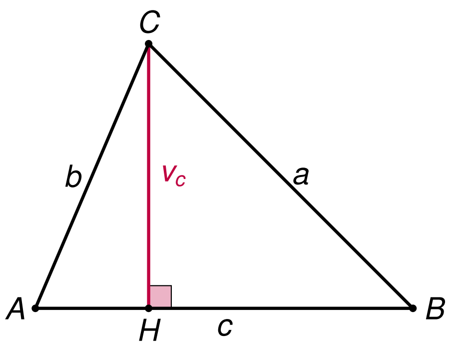
Definicija: Topokotni trikotnik je trikotnik, ki ima **en topi kot.**



$90^\circ < \gamma < 180^\circ$

19.5 Višine trikotnika

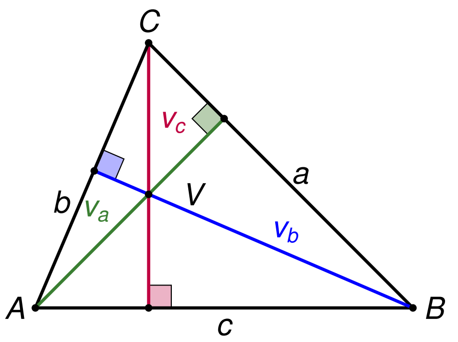
Definicija: Višina trikotnika je daljica, ki povezuje oglišče z nasprotno daljico oziroma njeno nosilko in nanjo pada pravokotno.



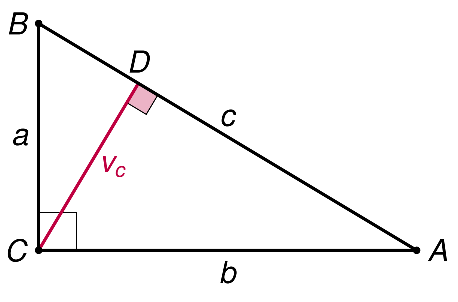
Višino trikotnika označimo s črko v in ji pripišemo indeks glede na stranico, na katero pada. Višina na skici je višina trikotnika glede na osnovnico c. Zato višino označimo z v_c.

19.6 Znamenite točke trikotnika

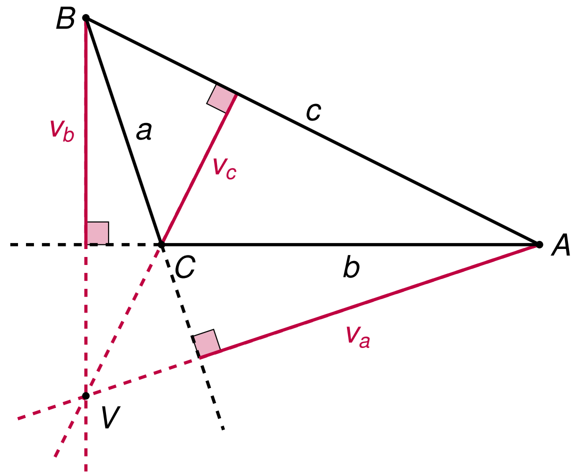
Definicija: Višinska točka ali ortocenter trikotnika je presečišče vseh njegovih višin.



v_a - višina na stranico a;
v_b - višina na stranico b;
v_c - višina na stranico c;
V je presečišče vseh višin trikotnika ABC. Imenujemo jo **višinska točka trikotnika** ali **ortocenter**.
V ostrokotnem trikotniku leži višinska točka V v notranjosti trikotnika.

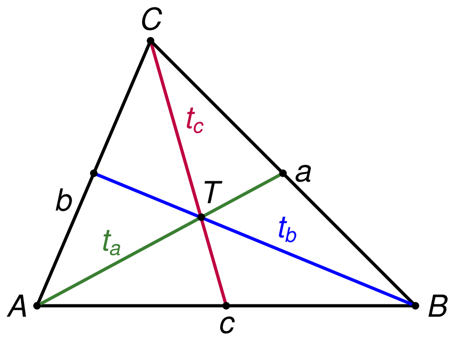


v_c - višina na hipotenuzo
$v_a = b$ - kateta b je hkrati tudi višina na stranico a
$v_b = a$ - kateta a je hkrati tudi višina na stranico b
V pravokotnem trikotniku višinska točka V sovpada z ogliščem ob pravem kotu.



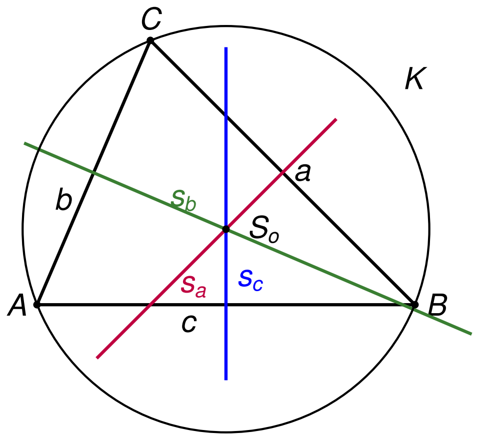
Če hočemo določiti višino topokotnega trikotnika, je potrebno najprej narisati nosilko osnovnice. Višina na b je daljica, ki iz točke B pada pravokotno na podaljšek stranice b. Podobno naredimo tudi za višino na a. V topokotnem trikotniku je višinska točka presečišče podaljškov višin, zato leži V izven trikotnika.

Definicija: Težišče trikotnika ali baricenter je presečišče vseh težiščnic trikotnika. Težiščnica je daljica, ki povezuje oglišče z razpoloviščem nasprotne stranice.



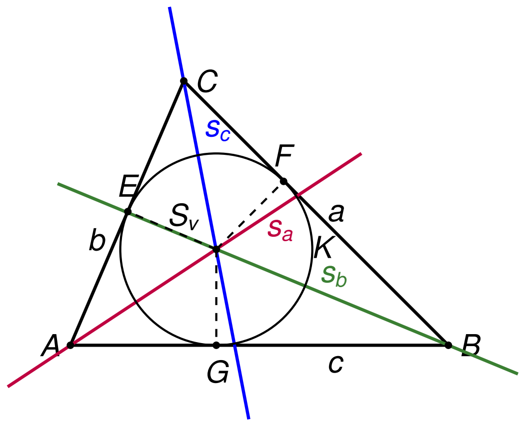
Težiščnico označujemo s črko t, ki ji pripišemo ustrezni indeks.
t_a - težiščnica na stranico a;
t_b - težiščnica na stranico b;
t_c - težiščnica na stranico c;
T je presečišče vseh težiščnic trikotnika ABC. Imenujemo jo **težišče trikotnika** ali **baricenter**.

Definicija: Središče trikotniku očrtane krožnice je točka S_o, ki je enako oddaljena od oglišč trikotnika. Točka S_o je presečišče simetral stranic trikotnika.



s_a - simetrala stranice a;
s_b - simetrala stranice b;
s_c - simetrala stranice c;
S_o je presečišče vseh simetral stranic trikotnika ABC. Točka S_o je središče trikotniku **očrtane krožnice**;
K - trikotniku očrtana krožnica;
$\overline{AS_o} = \overline{BS_o} = \overline{CS_o} = r_o$, r_o je **polmer** očrtane krožnice.

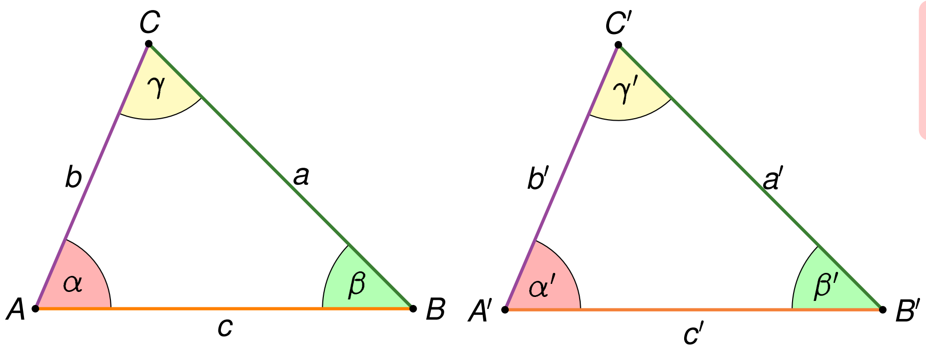
Definicija: Središče trikotniku včrtane krožnice je točka S_v, ki je enako oddaljena od stranic trikotnika. Točka S_v je presečišče simetral kotov trikotnika.



s_a - simetrala kota α;
s_b - simetrala kota β;
s_c - simetrala kota γ;
S_v je presečišče vseh simetral kotov trikotnika ABC. Točka S_v je središče trikotniku **včrtane krožnice**;
K - trikotniku včrtana krožnica;
$\overline{ES_v} = \overline{FS_v} = \overline{GS_v} = r_v$, r_v je **polmer** včrtane krožnice.

19.7 Izreki o skladnosti in načrtovanje trikotnikov

Definicija: Trikotnika sta skladna natanko tedaj, ko imata paroma enako dolge stranice ter paroma enako velike notranje kote. Z drugimi besedami, trikotnika sta skladna, če s premikom in zasukom enega popolnoma prekrijemo drugega.



$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
$a = a',\ b = b'\ c = c';$
$\alpha = \alpha',\ \beta = \beta',\ \gamma = \gamma'.$

Izreki o skladnosti nam omogočajo, da narišemo trikotnik, če poznamo naslednje podatke:

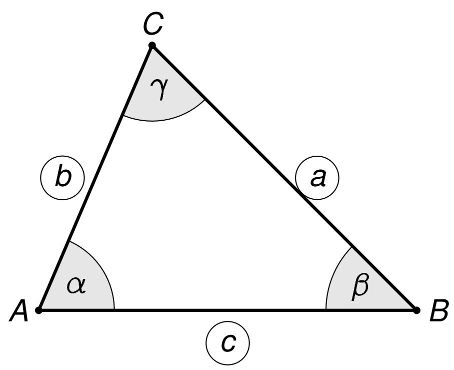
1. dolžine vseh treh stranic (izrek **SSS**);
2. dolžini dveh stranic ter kot, ki ga stranici oklepata (izrek **SKS**);
3. dolžino ene stranice ter velikost priležnih kotov (izrek **KSK**);
4. dolžini dveh stranic ter velikost kota, ki leži nasproti daljše stranice (izrek **SSK**).

Trikotnike načrtujemo tako, da sledimo naslednjim korakom:

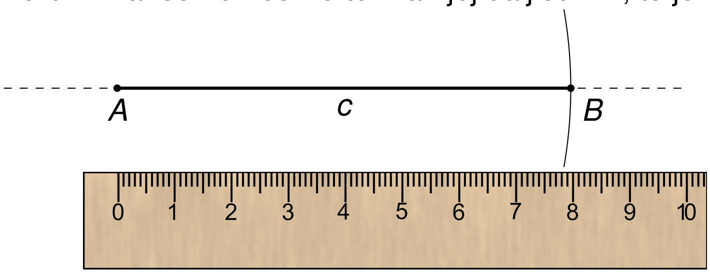
1. **Korak:** izpišemo podatke iz besedila;
2. **Korak:** narišemo skico trikotnika ter na njem označimo oglišča, stranice in kote ter znane podatke obkrožimo;
3. **Korak:** premislimo o poteku načrtovanja ter trikotnik načrtamo.

Primer: Nariši trikotnik s stranicami dolgimi 5 cm, 7 cm ter 8 cm.

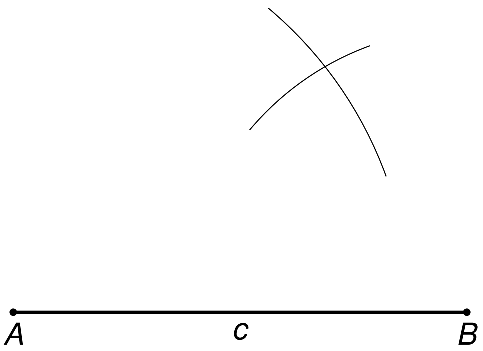
$a = 5$ cm
$b = 7$ cm
$c = 8$ cm



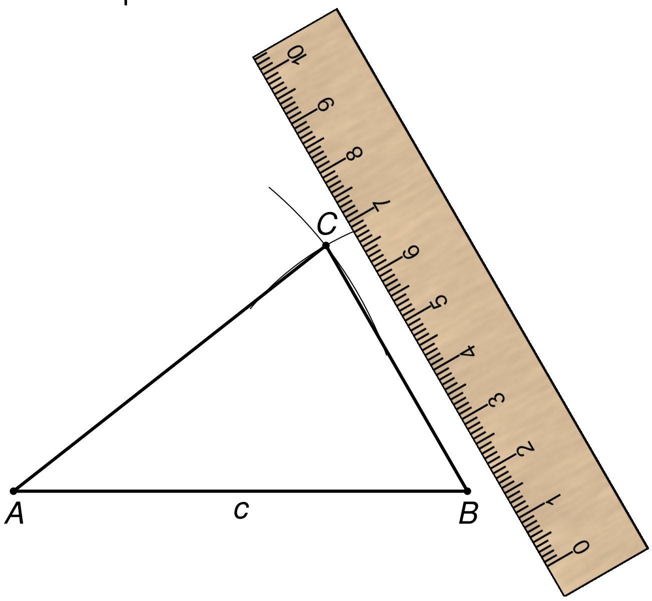
1. korak: Narišemo nosilko ter na njej daljico AB, to je c = 8 cm.



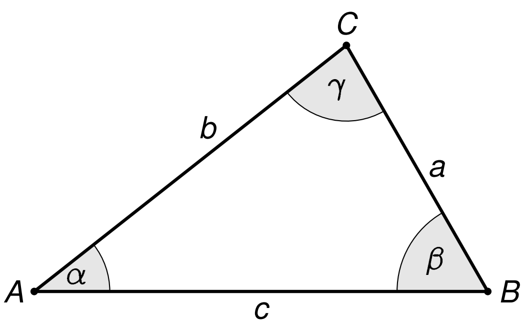
2. korak: Šestilo vbodemo v točko A ter narišemo lok s polmerom 7 cm. Šestilo nato vbodemo v točko B ter narišemo lok s polmerom 5 cm tako, da se seka s prvim.



3. korak: V presečišču lokov označimo točko C ter z ravnilom narišemo daljici AC in BC.



4. korak: Dobljeni trikotnik opremimo s primernimi oznakami.

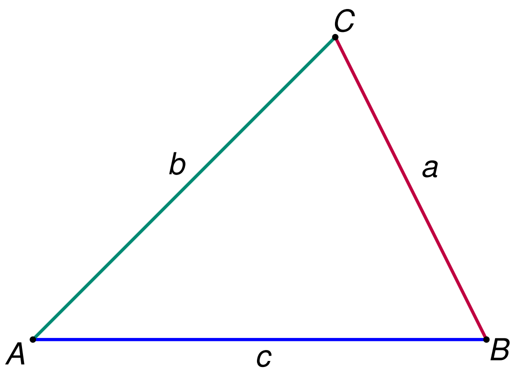


19.8 Obseg trikotnika

Definicija: Obseg trikotnika je dolžina lomljenke, ki trikotnik omejuje. Obseg označujemo z o.

Obseg trikotnika je vsota stranic trikotnika. Izpeljemo različne obrazce za raznostranični, enakokraki ter enakostranični trikotnik.

Raznostranični trikotnik



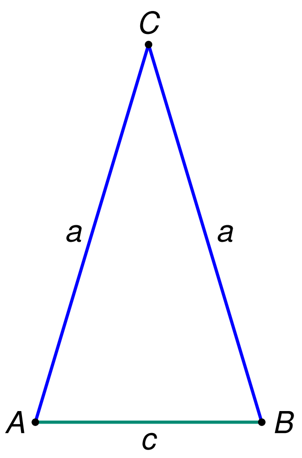
$$o = a + b + c$$

Primer: Izračunajmo obseg trikotnika s stranicami $a = 8$ cm, $b = 1,1$ dm in $a = 7$ cm.

$a = 8$ cm
$b = 1,1$ dm $= 11$ cm
$a = 7$ cm

$o = ?$
$o = 8$ cm $+ 11$ cm $+ 7$ cm $= 26$ cm

Enakokraki trikotnik



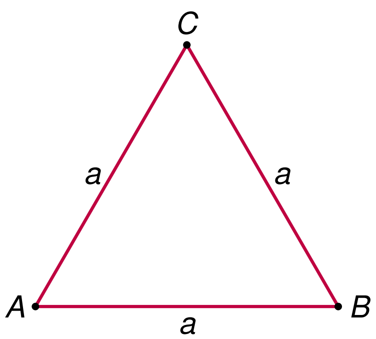
$$o = 2a + c$$

Primer: Izračunajmo obseg enakokrakega trikotnika z osnovnico dolgo 5 cm ter krakom dolgim 8 cm.

$c = 5$ cm
$a = 8$ dm $= 11$ cm

$o = ?$
$o = 2 \cdot 8$ cm $+ 5$ cm $= 16$ cm $+ 5$ cm $= 21$ cm

Enakostranični trikotnik



$$o = 3a$$

Primer: Izračunajmo obseg enakostraničnega trikotnika s stranico dolgo 6 cm.

$a = 6$ cm

$o = ?$
$o = 3 \cdot 6$ cm $= 18$ cm

20 Vaje s trikotniki

1. Načrtaj poljuben trikotnik *ABC* in ga označi (oglišča, stranice in notranje kote). Dopolni trditve:

- **(a)** Nasproti oglišča *A* leži stranica ....
- **(b)** Nasproti stranice *c* je kot ....
- **(c)** Kota α in β sta priležna stranici ....
- **(d)** Nasproti kota β je oglišče ....
- **(e)** Stranici *a* in *b* oklepata kot ....

2. Načrtaj pravokotni trikotnik *ABC* tako, da ima pravi kot vrh v oglišču *A*. Označi trikotik - oglišča, stranice in notranje kote. Katera stranica je hipotenuza?

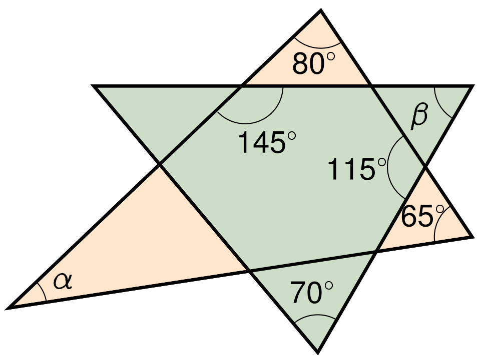
3. V preglednici so zapisane dolžine slamic, s katerimi bi želeli sestavljati trikotnike. Za vsako kombinacijo preveri, ali lahko s slamicami sestaviš trikotnik. Dopolni preglednico.

a [cm]	*b* [cm]	*c* [cm]	trikotnik (da /ne)
5	6	7	
3	2	1	
4	3	7	
15	7	9	
6	6	6	
2	3	6	

4. Ali lahko narišeš trikotnik z dolžinami stranic 5 dm, 60 cm in 0, 7 m? Odgovor utemelji.

5. Ali lahko narišeš trikotnik z dolžinami stranic 2, 3 cm, 45 mm in 0, 7 dm? Odgovor utemelji.

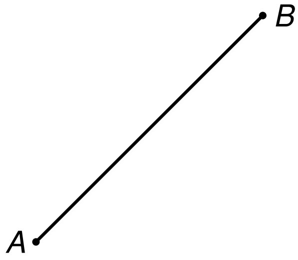
6. Izračunaj kote α in β.



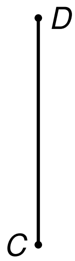
7. Načrtaj topokotni trikotnik tako, da ima en kot enak 120°.

8. Načrtaj enakokraki trikotnik z osnovnico 4 cm in krakoma 6 cm.

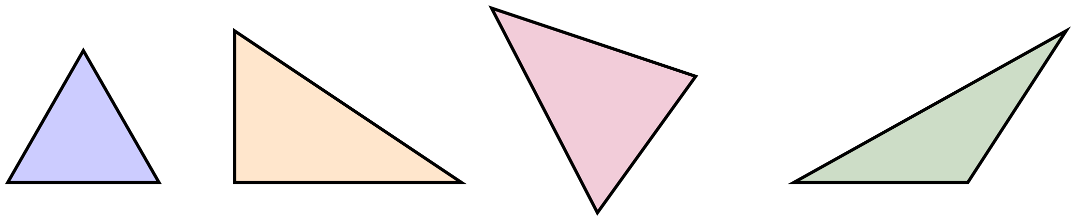
9. Načrtaj **enakokraki pravokotni** trikotnik tako, da bo daljica AB osnovnica. Koliko možnih rešitev predvidevaš?



10. Načrtaj **enakokraki ostrokotni** trikotnik tako, da bo daljica CD osnovnica. Koliko možnih rešitev predvidevaš? Lahko si pomagaš tako, da daljici CD s šestilom narišeš simetralo.

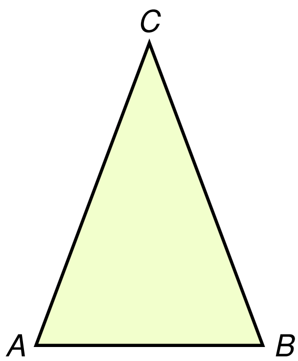


11. Trikotnike razvrsti glede na dolžine stranic in glede na velikosti notranjih kotov. Ob vsakem trikotniku napiši dvojno razvrstitev.

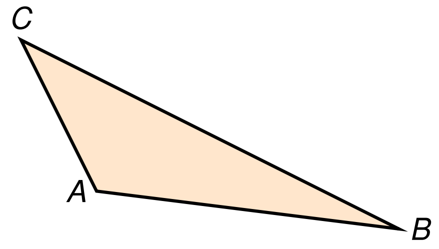


12. Načrtaj poljuben ostrokotni trikotnik ABC in mu določi višino glede na stranico BC.

13. Enakokrakemu trikotniku ABC nariši tako višino na BC kot višino na AC. Kaj opaziš?



14. Topokotnemu trikotniku nariši višino na stranico AB.

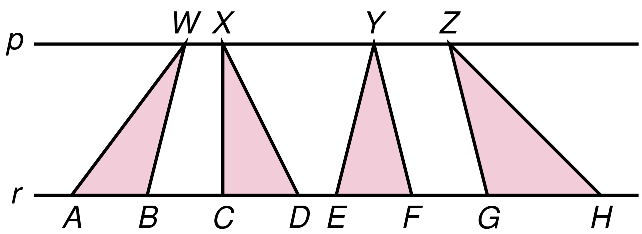


15. Nariši poljuben ostrokotni trikotnik in mu določi vse tri višine. Kje se sekajo višine?

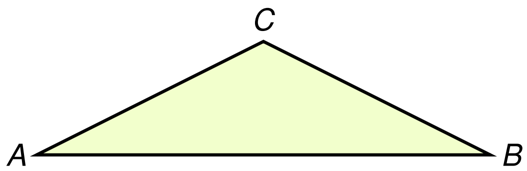
16. Nariši poljuben pravokotni trikotnik in mu določi vse tri višine. Kje se sekajo višine?

17. Nariši poljuben topokotni trikotnik in mu določi vse tri višine. Kje se sekajo višine?

18. Premici p in r sta vzporedni. Dokaži s primernim sklepanjem, da so višine (glede na osnovnice AB, CD, EF, GH) spodaj načrtanih trikotnikov, skladne.



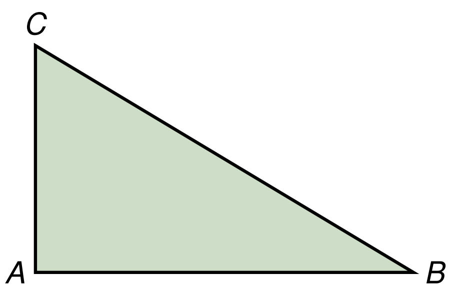
19. Enakokrakemu trikotniku ABC nariši težiščnico na osnovnico AB.



20. Nariši poljuben trikotnik in njegove težiščnice. Kako je ime točki v kateri se težiščnice sekajo?

21. Načrtaj ostrokotni, pravokotni in topokotni trikotnik. Za vsakega poišči težišče tako, da načrtaš težiščnice.

22. Pravokotnemu trikotniku nariši težiščnico na hipotenuzo BC. S črtalom izmeri dolžino težiščnice in jo primerjaj z dolžino hipotenuze. Kaj ugotoviš?



23. Nariši poljuben trikotnik ABC, načrtaj mu težiščnice in označi težišče s črko T. Težišče razdeli vsako težiščnico na dva dela. Za vsako težiščnico s črtalom izmeri dolžino teh delov in preveri, da je daljši del vedno dvokratnik krajšega.

24. Trikotniku s stranicami 7 cm, 8 cm in 9 cm nariši simetrale stranic in označi točko, v kateri se sečejo s črko S_O. S črtalom primerjaj razdaljo te točke od oglišč. Kaj opaziš?

25. Načrtaj ostrokotni trikotnik. Stranicam nariši simetrale in označi točko, v kateri se sekajo s črko S_O. Kam pade ta točka? S šestilom nariši trikotniku očrtano krožnico.

26. Načrtaj pravokotni trikotnik. Stranicam nariši simetrale in označi točko, v kateri se sekajo s črko S_O. Kam pade ta točka? S šestilom nariši trikotniku očrtano krožnico.

27. Načrtaj ostrokotni trikotnik. Stranicam nariši simetrale in označi točko, v kateri se sekajo s črko S_O. Kam pade ta točka? S šestilom nariši trikotniku očrtano krožnico.

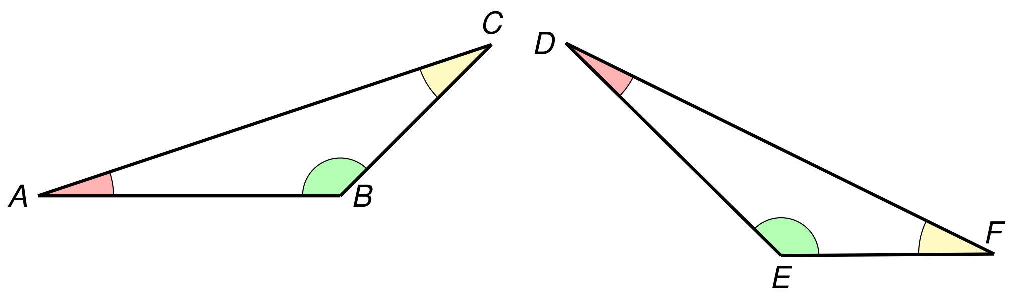
28. Trikotniku s stranicami 7 cm, 8 cm in 9 cm nariši simetrale kotov in označi točko, v kateri se sekajo s črko S_V. S črtalom primerjaj razdaljo te točke od stranic. Kaj opaziš?

29. Načrtaj ostrokotni trikotnik. Nariši simetrale kotov in označi točko, v kateri se sekajo s črko S_V. Nato s šestilom nariši trikotniku včrtano krožnico.

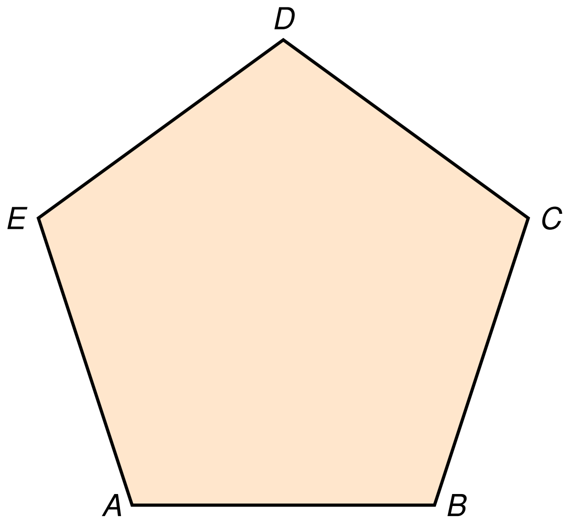
30. Trikotniku s podatki $a = 4$ cm, $c = 5$ cm in $\beta = 90^\circ$ včrtaj krožnico.

31. Načrtaj trikotnik s podatki $c = 5$ cm, $\alpha = 110^\circ$ in $\beta = 30^\circ$. Nariši simetrale kotov in označi točko, v kateri se sečejo s črko S_V. S šestilom nariši trikotniku včrtano krožnico.

32. Trikotnika sta skladna. Naštej pare skladnih stranic in pare skladnih kotov.



33. Pravilnemu peterokotniku $ABCDE$ nariši diagonale. V risbi poišči vsaj tri pare skladnih trikotnikov. Skladnost lahko preveriš na razne načine, na primer tako, da izmeriš stranice skladnih trikotnikov (izrek SSS).



34. Načrtaj, če je mogoče, trikotnike s podatki:

(a) $a = 8$ cm; $b = 9$ cm; $c = 7$ cm

(b) $a = 4$ cm; $b = 5$ cm; $c = 3$ cm

(c) $a = 5$ cm; $b = 7$ cm; $c = 5$ cm

(d) $a = 7$ cm; $b = 7$ cm; $c = 7$ cm

(e) $a = 5$ cm; $b = 4$ cm; $c = 9$ cm

Ali je med temi kakšen poseben trikotnik?

35. Načrtaj, če je mogoče, trikotnike s podatki:

(a) $\alpha = 30$; $b = 6$ cm; $c = 6$ cm

(b) $\alpha = 60$; $b = 6$ cm; $c = 3$ cm

(c) $\alpha = 90$; $b = 5$ cm; $c = 5$ cm

(d) $\alpha = 60$; $b = 4$ cm; $c = 4$ cm

(e) $\alpha = 40$; $b = 7$ cm; $c = 5$ cm

Ali je med temi kak poseben trikotnik?

36. Načrtaj, če je mogoče, trikotnike s podatki:

(a) $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $c = 5$ cm

(b) $\alpha = 80^\circ$; $\beta = 105^\circ$; $c = 8$ cm

(c) $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 90^\circ$; $c = 7$ cm

(d) $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $c = 6$ cm

(e) $\alpha = 95^\circ$; $\beta = 100^\circ$; $c = 4$ cm

(f) $\alpha = 120^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $c = 4$ cm

Ali je med temi kakšen poseben trikotnik? Izmeri kot γ in preveri, da je vsota notranjih kotov $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

20.1 Vaje s koti v trikotniku

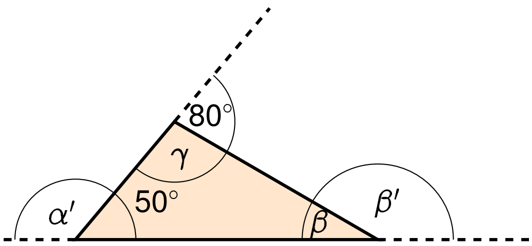
1. Izračunaj manjkajoče kote v trikotniku.

	α	β	γ	α_1	β_1	γ_1
(a)	40°	80°				
(b)			53°	82° 15’		
(c)					111°	95°
(d)		67°		79°		

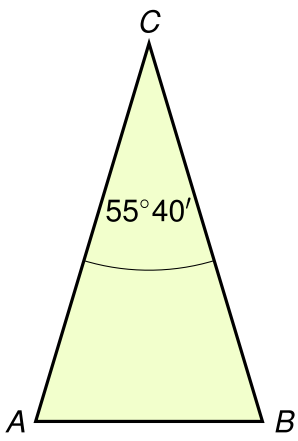
2. Izračunaj manjkajoče kote v trikotniku.

	α	β	γ
(a)	$30°20'$	$50°21'$	
(b)	$14°43'$		$108°52'$
(c)		$68°38'$	$27°43'$
(d)	$22°12'02''$	$12°36'08''$	

3. Izračunaj manjkajoče notranje in zunanje kote v trikotniku, če je $\alpha = 50°$ in $\gamma' = 80°$.



4. V enakokrakem trikotniku meri kot ob vrhu trikotnika $55°40'$. Izračunaj, koliko merijo ostali koti trikotnika.



5. Pri vsaki izjavi zapiši, če je pravilna **P** ali nepravilna **N**.

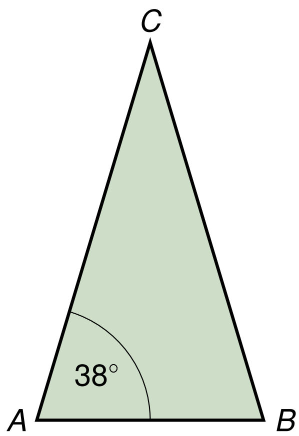
(a) V vsakem pravokotnem trikotniku je velikost dveh notranjih kotov 45°.

(b) Topokotni trikotnik ima en notranji kot top in druga dva notranja kota ostra.

(c) Enakostranični trikotnik ima vse zunanje kote skladne.

(d) V raznostraničnem trikotniku sta lahko dva notranja kota skladna.

6. V enakokrakem trikotniku meri kot ob osnovnici trikotnika 38°. Koliko merita preostala dva notranja kota?



7. V pravokotnem trikotniku meri en notranji kot 35°. Koliko merita preostala notranja kota?

8. Izračunaj velikost notranjih kotov v enakostraničnem trikotniku. Kaj opaziš?

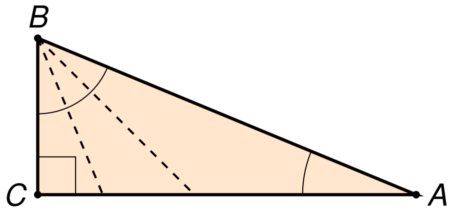
9. V topokotnem trikotniku meri en notranji kot 120°. Koliko merita preostala dva notranja kota, če je velikost enega dvakrat tolikšna kot velikost drugega?

10. V enakokrakem trikotniku meri kot ob osnovnici 64°. Koliko meri kot ob vrhu? [54°]

11. V enakokrakem trikotniku meri kot ob vrhu 36°. Koliko meri kot ob osnovnici? [72°]

12. V trikotniku *ABC* sta kot β in kot γ dvakratnik oz. trikratnik kota α. Koliko meri vsak od treh kotov? Kateri je ta trikotnik?
[30°; 60°; 90°]

13. Izračunaj, koliko merita ostra kota v pravokotnem trikotniku, če je prvi kot trikratnik drugega.

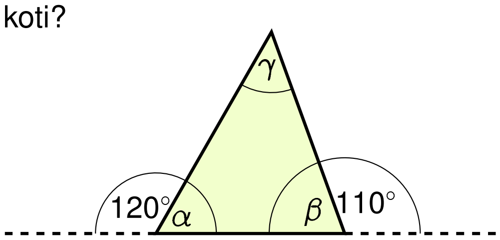


[22°30′; 67°30′]

14. V enakokrakem trikotniku je kot ob vrhu trikratnik kota ob osnovnici. Izračunaj kote.

[36°; 36°; 108°]

15. V trikotniku merita zunanja kota ob isti osnovnici 110° in 120°. Koliko merijo notranji koti?



[60°; 70°; 50°]

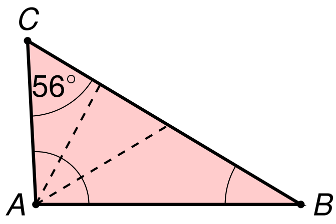
16. V enakokrakem trikotniku meri zunanji kot ob osnovnici 124°. Izračunaj notranje kote trikotnika.

[56°; 56°; 68°]

17. Izračunaj kote trikotnika, če sta drugi in tretji kot za 12° oziroma za 15° večja od prvega.

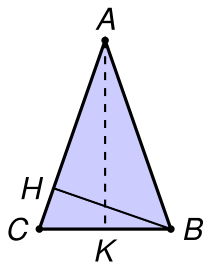
[51°; 63°; 66°]

18. V trikotniku ABC je kot $\gamma = 56°$, kot α pa je trikratnik kota β. Koliko merita kot α in β?



[31°; 93°]

19. V enakokrakem trikotniku ABC meri kot ob vrhu $38°26'$. Izračunaj, koliko merita kota $\measuredangle ABH$ in $\measuredangle HBC$, v katera razdeli višina BH iz oglišča B kot β.

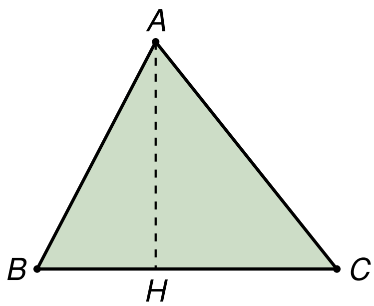


[51°34′; 19°13′]

20. V enakokrakem trikotniku je kot ob vrhu 52°. Izračunaj, koliko merita kota ob osnovnici in njuna zunanja kota.

[64°; 116°]

21. V ostrokotnem trikotniku ABC tvorita višina AH na stranico BC s stranicama AB in AC dva kota: $\measuredangle BAH = 27°35'$ in $\measuredangle HAC = 38°42'$. Izračunaj, koliko merita kota β in γ.

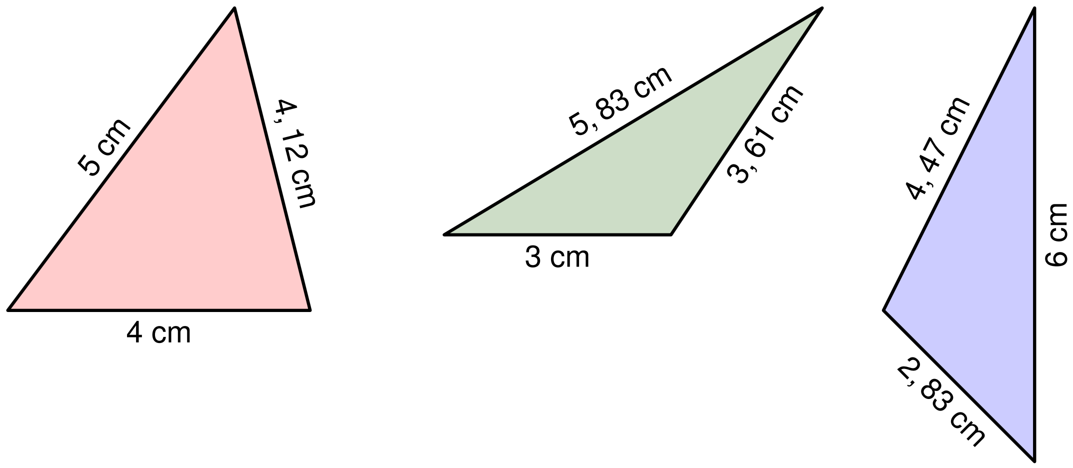


[62°25′; 51°18′]

20.2 Vaje z obsegom trikotnika

1. Izračunaj obseg trikotnika ABC s podatki $a = 2,2$ dm, $b = 16$ cm in $c = 95$ mm. [47,5 cm]

2. Izračunaj obseg trikotnikov.



[13,12 cm; 12,44 cm; 13,3 cm]

3. Izračunaj obseg trikotnikov s podatki:

(a) $a = 7$ cm; $b = 15$ cm; $c = 21$ cm [43 cm]

(b) $a = 5$ cm; $b = 7$ cm; $c = 11$ cm [23 cm]

(c) $a = 11$ cm; $b = 15$ cm; $c = 25$ cm [51 cm]

(d) $a = 10$ cm; $b = 10$ cm; $c = 18$ cm [38 cm]

(e) $a = 8$ cm; $b = 12$ cm; $c = 13$ cm [33 cm]

4. Izračunaj neznane količine trikotnikov s podatki:

a. $o = 13$ cm; $a = 6$ cm; $c = 5$ cm [2 cm]

b. $o = 1,1$ dm; $b = 1$ cm; $c = 0,5$ dm [5 cm]

c. $a = 1$ cm; $b = 4$ cm; $c = 4$ cm [9 cm]

d. $o = 36$ dm; $b = 1$ m; $c = 0,9$ m [38 cm]

e. $o = 2,20$ m; $a = 98$ cm; $b = 4,8$ dm [74 cm]

5. V zvezek načrtaj trikotnik ABC, ki ima za dolžine stranic tri zaporedna naravna števila. Obseg trikotnika je 15 cm. [4 cm; 5 cm; 6 cm]

6. Dolžina stranice enakostraničnega trikotnika je 5 cm. Izračunaj obseg trikotnika.

7. Obseg enakostraničnega trikotnika je 21,9 cm. Izračunaj dolžino stranice trikotnika. [7,3 cm]

8. Obseg enakokrakega trikotnika je 25 cm. Dolžina ene od stranic enakokrakega trikotnika je 10 cm. Izračunaj dolžini preostalih dveh stranic trikotnika. Upoštevaj vse možnosti. [$a = 10$ cm; $b = 7,5$ cm ali $a = 5$ cm; $b = 10$ cm]

9. Enakokraki trikotnik z dolžino osnovnice 9 cm ima obseg 21 cm. Izračunaj dolžino krakov enakokrakega trikotnika. [6 cm]

10. Ali obstaja trikotnik z obsegom 30 cm in s stranicama, ki merita $a = 12$ cm in $b = 9$ cm? Odgovor utemelji.

11. Enakostranični trikotnik ABC ima enak obseg kot raznostranični trikotnik DEF s stranicami $d = 12$ cm, $e = 15$ cm, $f = 9$ cm. Izračunaj dolžino stranic enakostraničnega trikotnika. [12 cm]

12. Izračunaj stranice enakokrakega trikotnika, če meri obseg 16,9 cm in je krak za 2 cm daljši od osnovnice. [4,3 cm; 6,3 cm; 6,3 cm]

13. Osnovnica enakokrakega trikotnika je $\frac{3}{5}$ kraka, njegov obseg pa je 27,3 cm. Koliko merijo stranice? [6,3 cm; 10,5 cm]

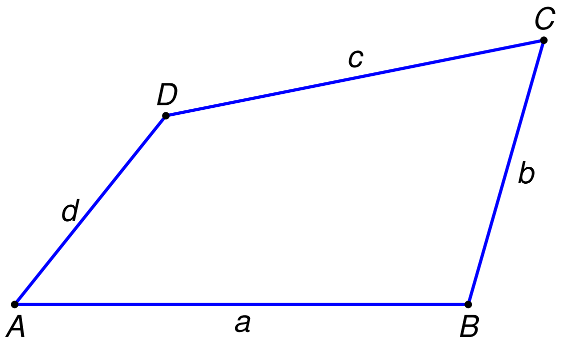
14. V trikotniku sta dve stranici za 3 cm oziroma za 6 cm daljši od tretje. Koliko merijo stranice, če je obseg trikotnika 36 cm. [9 cm; 12 cm; 15 cm]

15. Koliko merijo stranice v trikotniku ABC, če je njegov obseg 93 cm, stranica AC za 3 cm daljša od stranice AB ter stranica BC za 6 cm daljša od stranice AC? [27 cm; 30 cm; 36 cm]

16. Obseg trikotnika ABC meri 40 cm, stranica AB meri 8 cm. Načrtaj trikotnik, če je od ostalih dveh stranic ena za 2 cm daljša od druge. Koliko merita ti stranici? [15 cm; 17 cm]

21 Štirikotniki

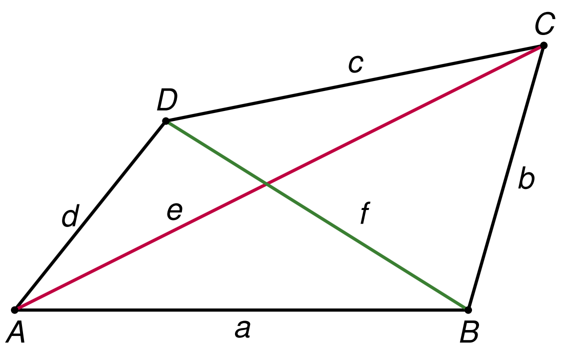
Definicija: Štirikotnik je del ravnine, ki ga omejujejo štiri daljice, pri čemer vsak par teh daljic ima natanko eno skupno krajišče. Daljice imenujemo **stranice** štirikotnika. Krajišča stranic imenujemo **oglišča** štirikotnika. Štirikotnik ima štiri notranje in štiri zunanje kote.



Štirikotnik označujemo v **pozitivni smeri** t.j. v nasprotni smeri urinega kazalca. Oglišča označujemo z velikimi tiskanimi črkami, stranice, ki sledijo danemu oglišču, označimo z ustrezno malo tiskano črko npr. stranico, ki sledi oglišču A, označimo z a. Stranici, ki imata skupno oglišče, imenujemo **sosednji stranici**, tisti, ki skupnega oglišča nimata pa **nasprotni stranici.**

21.1 Diagonali štirikotnika

Definicija: Diagonala štirikotnika je daljica, ki povezuje nasprotni oglišči. Štirikotnik ima natanko dve diagonali.

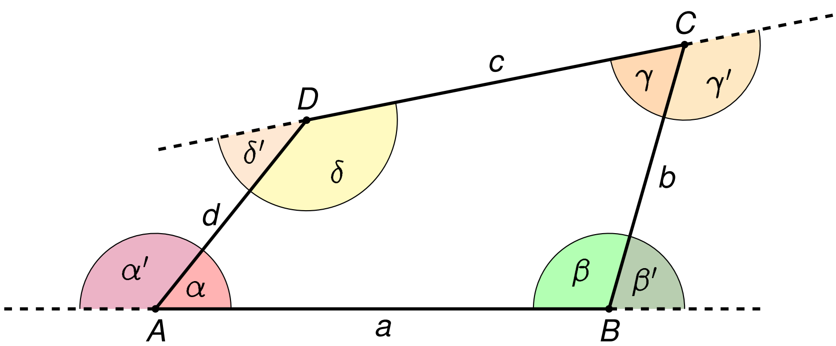


Diagonali štirikotnika lahko izrazimo z ustreznimi oglišči ali s črkama e in f: $e = AC$, $f = BD$.

Mali črki e in f hkrati označujeta tudi dolžini diagonal štirikotnika.

21.2 Koti v štirikotniku

Kote v štirikotniku označujemo z **grškimi črkami** α, β, γ in δ. Ob oglišču A je kot α, ob oglišču B je kot β, ob oglišču C je kot γ in ob oglišču D je kot δ. Štirikotnik ima štiri **notranje kote** (α, β, γ, δ) ter štiri **zunanje kote** (α', β', γ', δ').



Vsota notranjih kotov v štirikotniku je 360°.

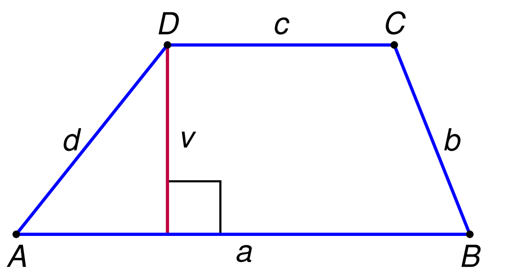
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Vsota zunanjih kotov v štirikotniku je 360°.

$$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 360^\circ$$

21.3 Trapez

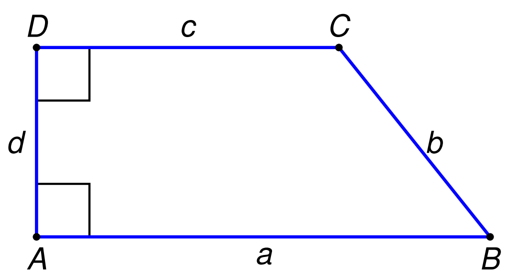
Definicija: Trapez je štirikotnik, ki ima natanko dve vzporedni stranici.



$a \parallel c$ in $b \nparallel d$

Stranico a imenujemo **velika osnovnica**, stranico c pa **mala osnovnica**. Stranici b in d pa sta **kraka** trapeza.
Višina je **razdalja** med veliko in malo osnovnico. Označujemo jo s črko v.

Definicija: Pravimo, da je trapez pravokotni trapez, če ima natanko dva prava kota.

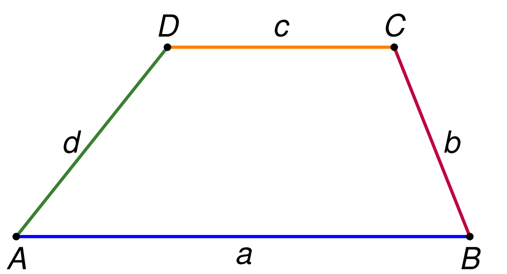


V pravokotnem trapezu je krak, ki z osnovnicama oklepa pravi kot, hkrati tudi višina trapeza.

21.3.1 Obseg trapeza

Definicija: Obseg trapeza je dolžina lomljenke, ki trapez omejuje. Označujemo ga z o.

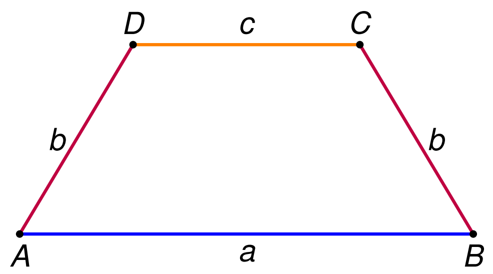
Obseg trapeza je vsota dolžin stranic trapeza. Izpeljemo različne obrazce za raznostranični ter enakokraki trapez.
Raznostranični trapez



Raznostranični trapez ima vse stranice različno dolge. Obseg izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = a + b + c + d$$

Enakokraki trapez

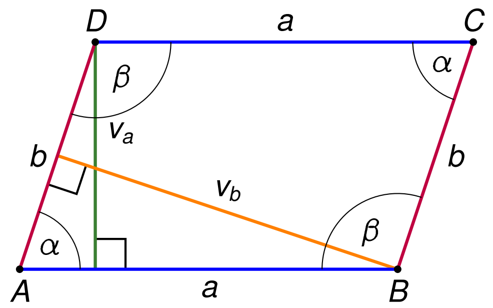


Enakokraki trapez ima kraka enako dolga. Obseg izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = a + 2b + c$$

21.4 Paralelogram

Definicija: Paralelogram je štirikotnik, ki ima po dve in dve nasprotni stranici vzporedni in enako dolgi.



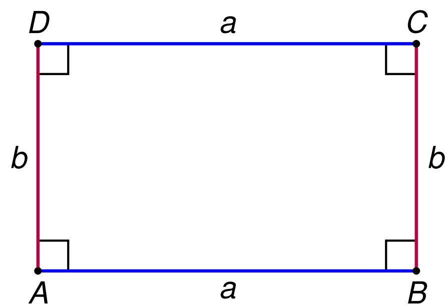
$AB \parallel DC$ in $BC \parallel AD$
$AB = DC$ in $BC = AD$
Paralelogram ima ob nasprotnih ogliščih enako velike kote. **Višina paralelograma** je razdalja med dvema enako dolgima stranicama. Paralelogram ima dve višini, ki ju označimo z v_a in v_b.

Obseg paralelograma izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

21.5 Pravokotnik

Definicija: Pravokotnik je paralelogram, ki ima vse notranje kote prave.

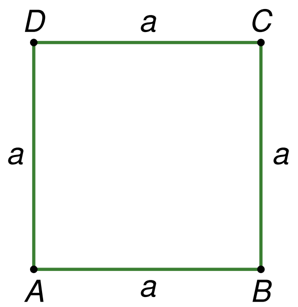


Obseg pravokotnika izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

21.6 Kvadrat

Definicija: Kvadrat je paralelogram, ki ima vse stranice enako dolge in vse kote prave.

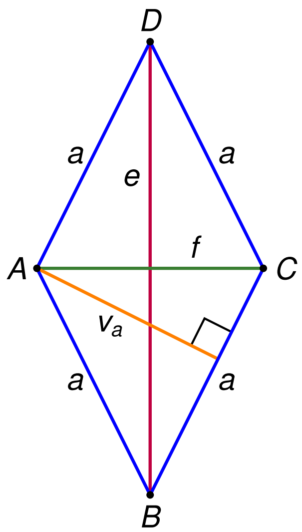


Obseg kvadrata izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = 4a$$

21.7 Romb

Definicija: Romb je paralelogram, ki ima vse stranice enako dolge.

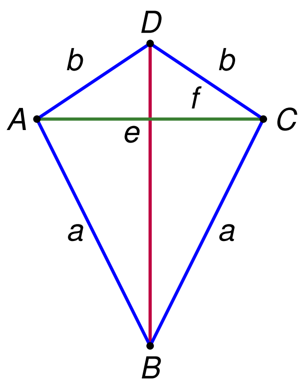


Diagonali romba označimo s črkama e in f. Diagonali se sekata pod pravim kotom in se razpolavljata. Diagonali razpolavljata kote.
Višina romba je razdalja med vzporednima stranicama. Označimo jo z v_a. Romb ima ob nasprotnih ogliščih enako velike kote.
Obseg romba izračunamo s spodnjim obrazcem.

$$o = 4a$$

21.8 Deltoid

Definicija: Deltoid je štirikotnik, ki ima po dve in dve sosednji stranici enako dolgi.

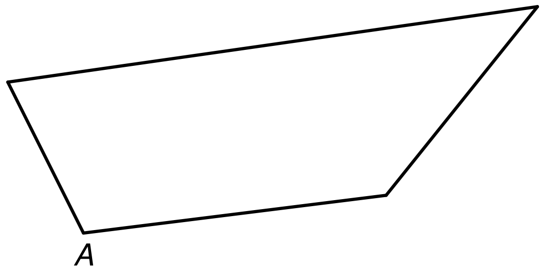


Diagonali deltoida označimo s črkama e in f. Diagonali se sekata pod pravim kotom. Ena diagonala deltoida je hkrati tudi njegova simetrala. V primeru na skici je to diagonala e.
Obseg deltoida izračunamo s spodnjim obrazcem.

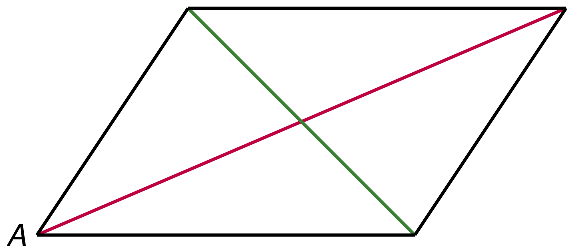
$$o = 2a + 2b = 2(a + b)$$

22 Vaje s štirikotniki

1. Štirikotniku označi oglišča, stranice, diagonale in notranje kote.



2. Dopolni narisan štirikotnik tako, da označiš oglišča, stranice in notranje kote. Nato dopolni izjave.

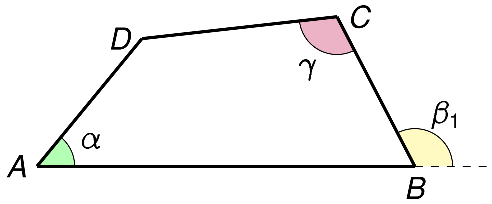


Stranica AB je nasprotna stranici ....
Diagonali sta daljici .... in ....
Katera kota sta priležna stranici c? ....
Kot α oklepata stranici .... in ....

3. V štirikotniku:

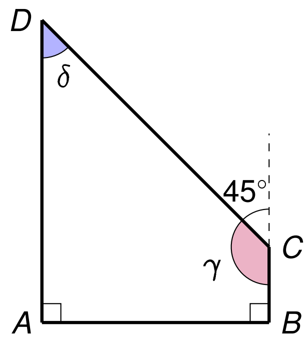
- **(a)** če je vsota dveh notranjih kotov štirikotnika 180°, kolikšna bo vsota ostalih dveh kotov?
- **(b)** če je vsota dveh notranjih kotov štirikotnika 90°, kolikšna bo vsota ostalih dveh kotov?
- **(c)** če ima štirikotnik dva skladna kota z velikostjo 55°, kolikšna bo vsota ostalih dveh kotov?
- **(d)** če ima štirikotnik tri skladne kote z velikostjo 110°, kolikšna bo velikost zadnjega kota?

4. Izračunaj neznano velikost notranjih kotov v štirikotniku, če poznaš $\alpha = 55^\circ$, $\gamma = 111^\circ$ in $\beta_1 = 101^\circ$.

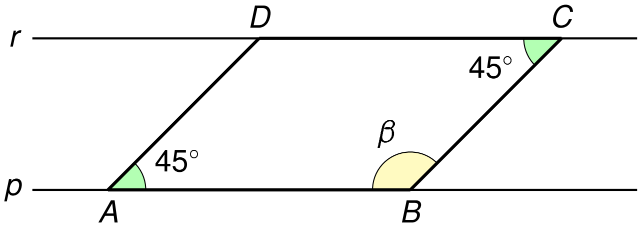


5. Izračunaj neznane velikosti notranjih kotov v štirikotniku.

- **(a)** Zunanji kot $\gamma' = 45^\circ$.

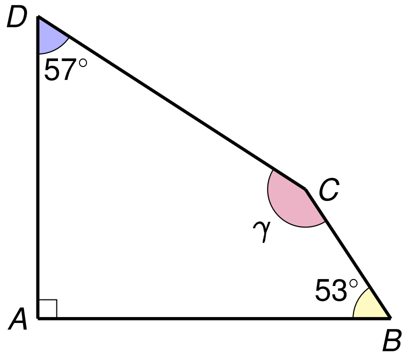


(b) Premici p in r sta vzporedni.

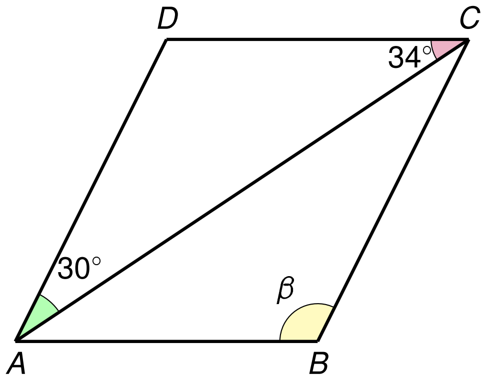


6. Izračunaj neznane velikosti notranjih kotov v štirikotniku.

(a) Stranica AB je pravokotna stranici AD.



(b) Za stranice velja: $AB \parallel CD$ in $AC \parallel BD$.



7. Ali obstaja štirikotnik, ki ima:

(a) štiri ostre kote?

(b) štiri prave kote?

(c) štiri tope kote?

(d) tri prave kote in enega ostrega?

8. Preveri, ali je mogoče, da so naštete velikosti kotov lahko notranji koti štirikotnika? Odgovor utemelji.

(a) $25°, 67°, 134°, 134°$

(b) $121°, 43°, 120°, 76°$

(c) $79°, 180°, 95°, 11°$

(d) $55°, 85°, 105°, 115°$

(e) $94°, 60°, 123°, 78°$

(f) $120°, 60°, 90°, 90°$

9. Dopolni tabelo.

štirikotnik	α	β	γ	δ
1.	113°		143°	55°
2.	76°	75°	109°	
3.	145°	45°		54°

10. Nariši štirikotnike z danimi podatki, kjer sta e in f diagonali.

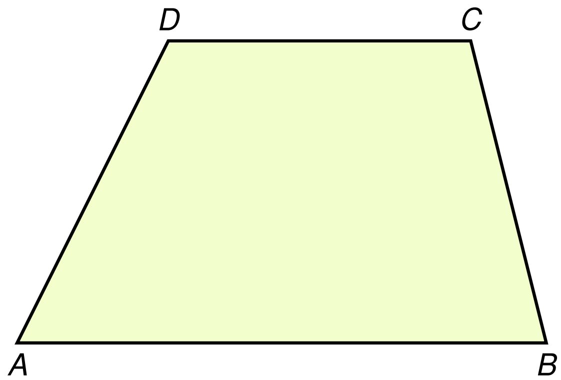
(a) $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm; $d = 6$ cm, $\beta = 75°$

(b) $c = 7$ cm, $e = 8$ cm, $f = 9$ cm; $\gamma = 105°$, $\delta = 90°$

(c) $a = 2$ cm, $b = 2$ cm, $c = 20$ cm; $d = 22$ cm

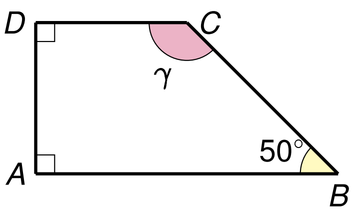
22.1 Vaje s trapezom

1. V narisanem trapezu izmeri višino, krajšo osnovnico, diagonalo e in največji notranji kot.

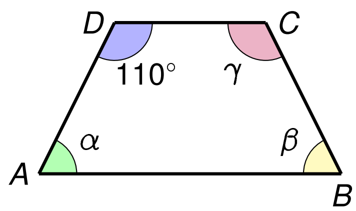


2. Pri trapezih določi manjkajoče velikosti kotov.

(a)



(b) $AD = CB$



3. Načrtaj trapeze z danimi podatki.

(a) $a = 7$ cm, $b = 5$ cm, $c = 3$ cm, $\beta = 60°$.

(b) $a = 5$ cm, $c = 2,5$ cm, $d = 3$ cm, $\alpha = 110°$.

(c) $a = 6$ cm, $d = 3$ cm, $e = 5$ cm, $\alpha = 75°$.

(d) $c = 4$ cm, $v = 5$ cm, $\gamma = 90°$, $\delta = 130°$.

4. Nariši enakokrake trapeze z danimi podatki.

(a) $a = 5,5$ cm, $d = 4$ cm, $\beta = 75°$.

(b) $a = 8$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm.

(c) $a = 6$ cm, $v = 3$ cm, $\beta = 50°$.

5. Nariši pravokotni trapez s podatki $a = 5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 2$ cm, $\beta = 90°$.

6. V zvezek nariši poljuben trapez. Izračunaj njegov obseg. Potrebne podatke izmeri.

7. Izračunaj obseg trapezov s podatki:

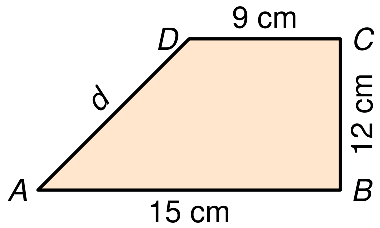
(a) $a = 11$ cm, $b = 10,1$ cm, $c = 6,7$ cm in $d = 14$ cm. [41,8 cm]

(b) $a = 14,4$ cm, $b = 16,2$ cm, $c = 11,4$ cm in $d = 15$ cm. [57 cm]

(c) $a = 18,8$ cm, $b = 9,3$ cm, $c = 13,8$ cm in $d = 9$ cm. [50,9 cm]

8. Izračunaj obseg enakokrakega trapeza s podatki $a = 14$ cm, $b = 15$ cm in $c = 8$ cm. [52 cm]

9. Obseg prikazanega trapeza je 50 cm. Kolikšna je dolžina stranice d? [14 cm]



10. Obseg trapeza je 110 cm. Izračunaj dolžino velike osnovnice trapeza, če sta kraka dolga 24 cm in 34 cm, mala osnovnica pa 20 cm. [32 cm]

11. Obseg enakokrakega trapeza je 35 dm. Izračunaj dolžino kraka enakokrakega trapeza, če sta osnovnici dolgi 9 dm in 6 dm. [10 dm]

12. V enakokrakem trapezu meri obseg 100 cm in krak 27 cm. Koliko merita osnovnici, če je ena za 16 cm daljša od druge? [15 cm; 31 cm]

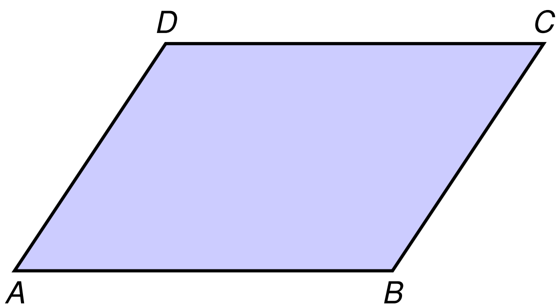
13. Koliko meri obseg enakokrakega trapeza, če meri en krak 14 cm, krajša osnovnica je za 4 cm večja od kraka in daljša osnovnica za 8 cm večja od krajše? [72 cm]

14. Obseg enakokrakega trapeza meri 66 cm, krak pa 15 cm. Izračunaj dolžini velike in male osnovnice, če je prva dvakratnik druge. [12 cm; 24 cm]

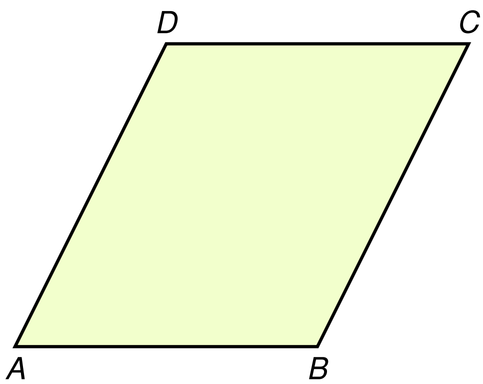
15. V enakokrakem trapezu meri obseg 120 cm, krak in daljša osnovnica pa sta dvakratnik oz. trikratnik krajše osnovnice. Koliko meri vsaka stranica? [15 cm; 30 cm; 30 cm; 45 cm]

22.2 Vaje s paralelogramom

1. Paralelogramu izmeri višini.



2. Paralelogramu načrtaj diagonali, nato ju izmeri. Izmeri tudi razdaljo oglišč od točke, kjer se diagonali sekata. Kaj opaziš?



3. Načrtaj paralelogram *ABCD* s podatki $a = 3,5$ cm, $v_a = 3$ cm in $\alpha = 65^\circ$

4. **(a)** Načrtaj paralelogram s stranicami $a = 4,8$ cm in $b = 5,3$ cm in kotom $\alpha = 110°$;

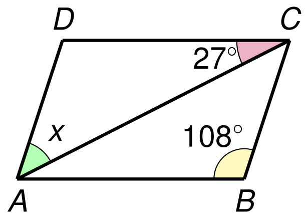
(b) izračunaj njegov obseg;

(c) nariši obe diagonali paralelograma;

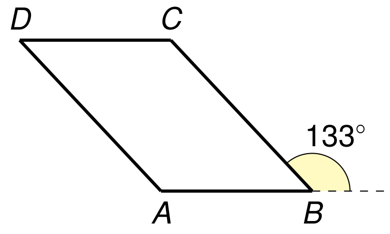
(d) izmeri novo nastale kote. Kaj opaziš?

5. Izračunaj velikost neznanih notranjih kotov:

(a)



(b)



6. Načrtaj velik paralelogram. Na vsaki stranici označi središčno točko. Nariši nov štirikotnik tako, da povežeš središčne točke. Znova označi središča novih stranic in jih poveži v nov štirikotnik. Nadaljuj, dokler je mogoče, in nato pobarvaj.

7. Stranici paralelograma sta dolgi 5 cm in 7 cm. Izberi dolžino diagonale.

(a) 11 cm

(b) 12 cm

(c) 13 cm

(uporabi trikotniško neenakost)

8. Izračunaj obseg paralelograma s stranicama:

(a) 60 cm in 40 cm. [200 cm]

(b) 40 cm in 20 cm. [120 cm]

(c) $2,3$ cm in $6,5$ cm. [$17,6$ cm]

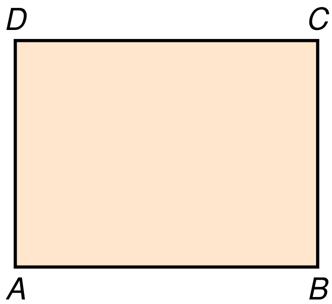
9. Obseg paralelograma je 32 cm in ena stranica meri 9 cm. Koliko meri druga stranica? [7 cm]

10. Obseg paralelograma je 75 cm in ena stranica meri $22,5$ cm. Koliko meri druga stranica? [15 cm]

11. Koliko meri obseg paralelograma, če meri vsota dveh zaporednih stranic 33 cm in njuna razlika 3 cm. [15 cm; 18 cm]

22.3 Vaje s pravokotnikom

1. Pravokotniku načrtaj diagonali, nato ju izmeri. Izmeri tudi razdaljo oglišč od točke, kjer se diagonali sekata. Kaj opaziš?



2. Načrtaj pravokotnik s stranicami $a = 6,2$ cm in $b = 5,3$ cm;

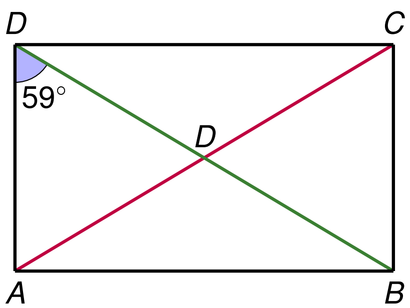
(a) izračunaj njegov obseg; [23 cm]

(b) nariši obe diagonali;

(c) izmeri novo nastale kote ob ogliščih in v presečišču diagonal;

(d) izmeri razdaljo od oglišč do presečišča diagonal.

3. Odgovori na vprašanja o spodaj narisanem pravokotniku:



(a) Če je dolžina daljice $\overline{DE} = 10$ cm, bo dolžina daljice $\overline{BD}$ = ...

(b) Če je velikost kota $\measuredangle ADB = 59$, bo velikost kota $\measuredangle BDC$ = ...

(c) Katere vrste trikotnika je AED?

(d) Katere vrste trikotnika je ABC?

(e) Katera je velikost kota $\measuredangle BEC$?

4. Izračunaj obseg pravokotnikov s podatki:

(a) $a = 7$ cm; $b = 15$ cm; [44 cm]

(b) $a = 5$ dm; $b = 70$ cm; [240 cm = 24 dm]

(c) $a = 11$ m; $b = 22$ m; [66 m]

(d) $a = 10,3$ cm; $b = 10,8$ cm. [42, 2 cm]

5. Izračunaj neznane količine pravokotnikov s podatki:

(a) $o = 14$ cm; $a = 4$ cm; [3 cm]

(b) $o = 1,1$ dm; $b = 0,4$ dm; [0, 15 dm]

(c) $o = 36$ dm; $b = 1$ m; [0, 8 m]

(d) $o = 220$ cm; $a = 98$ cm. [12 cm]

6. Kako se spremeni obseg pravokotnika ko ima dolžino stranic:

(a) dvakrat daljšo; [2o]

(b) trikrat daljšo; [3o]

(c) polovično. $\left[\frac{o}{2}\right]$

7. Izračunaj stranici pravokotnika, če je njegov obseg 96 cm in je osnovnica dvakrat večja kot višina. [32 cm; 16 cm]

8. Obseg pravokotnika je 76 cm. Izračunaj, koliko merijo njegove stranice, če je osnovnica za 8 cm daljša od višine. [15 cm; 23 cm]

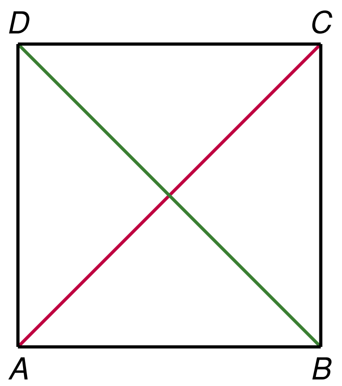
9. Načrtaj pravokotnik *ABCD*, ki ima obseg 70 cm, ena stranica pa je $\frac{3}{5}$ druge. Koliko merita stranici? [5 cm; 20 cm]

10. Koliko merita stranici pravokotnika, če je njegov obseg 56 cm in je ena stranica trikratnik druge? [7 cm; 21 cm]

11. Koliko merita stranici pravokotnika, če je njuna vsota 20 cm in njuna razlika 4 cm? Izračunaj še obseg. [8 cm; 12 cm]

22.4 Vaje s kvadratom

1. Dopolni stavke. Uporabi črtalo in kotomer.



(a) Obseg kvadrata je .... cm.

(b) *AC* in *BD* sta .... kvadrata.

(c) Dolžina diagonal je ....

(d) Velikost kotov med diagonalama in stranicami je ....°.

(e) Na koliko trikotnikov diagonali razdelita kvadrat? Koliko teh trikotnikov je skladnih?

2. Izračunaj obseg kvadratov s podatki:

(a) $a = 2$ cm; [8 cm]

(b) $a = 5,5$ dm; [22 dm]

(c) $a = 0,34$ m. [1, 36 m]

3. Izračunaj stranico kvadrata z obsegi:

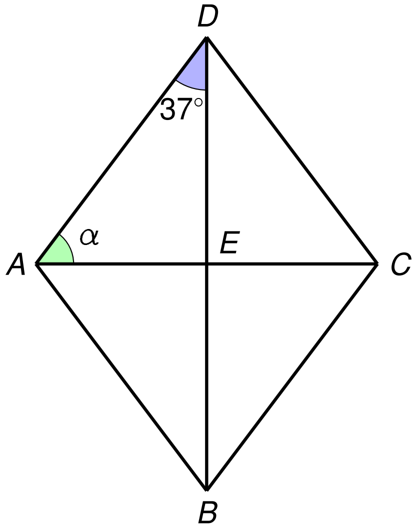
(a) $o = 16$ cm; [4 cm]

(b) $o = 244$ dm; [61 dm]

(c) $o = 0,48$ m. [0, 12 m]

22.5 Vaje z rombom

1. Na sliki je narisan romb $ABCD$ z diagonalama. Odgovori na vprašanja:



(a) Če $\overline{BE} = 4$ cm, koliko meri BD?

(b) Če $\overline{AC} = 6$ cm, koliko meri AE?

(c) Če $\overline{AB} = 5$ cm, koliko meri obseg romba?

(d) Če $\measuredangle\, ADE = 37°$, koliko je velik kot α?

(e) Uporabi kot α in izračunaj $\measuredangle DCB$.

(f) Kakšne vrste je trikotnik ABD?

2. Izračunaj obseg romba, če stranica meri:

(a) $a = 32,5$ cm; [130 cm]

(b) $a = 12,1$ dm; [48,4 dm]

(c) $a = 0,21$ m. [0,84 m]

3. Izračunaj stranico romba z obsegi:

(a) $o = 160$ cm; [40 cm]

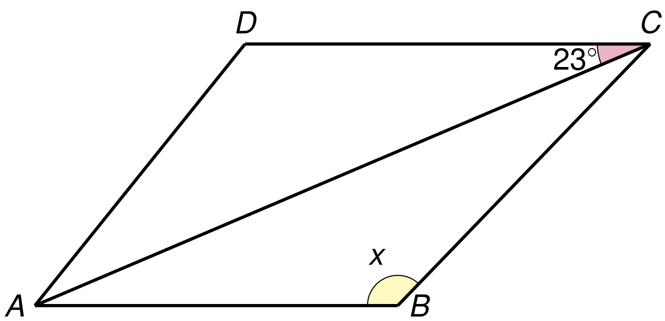
(b) $o = 78,4$ cm; [19,6 cm]

(c) $o = 1,5$ m. [0,375 m]

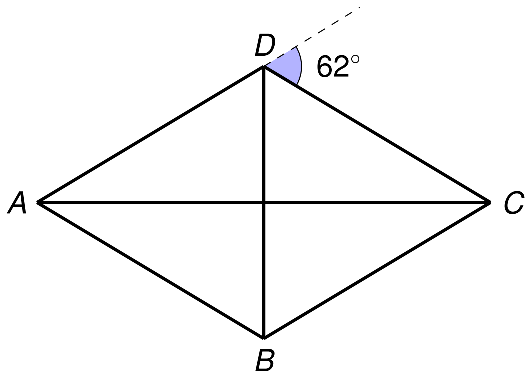
4. Nariši romb, ki ima eno diagonalo dvakrat daljšo od druge.

5. Štirikotnik $ABCD$ je romb.

(a) Izračunaj neznano vrednost x. [134°]

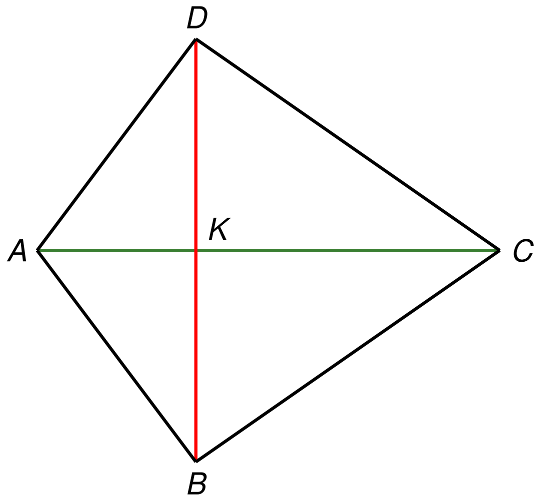


(b) Izračunaj velikost notranjih in zunanjih kotov romba. [118°; 62°]



22.6 Vaje z deltoidom

1. Opazuj deltoid $ABCD$ in odgovori na vprašanja.



(a) Če $\overline{BD} = 5,6$ cm, koliko meri BK?

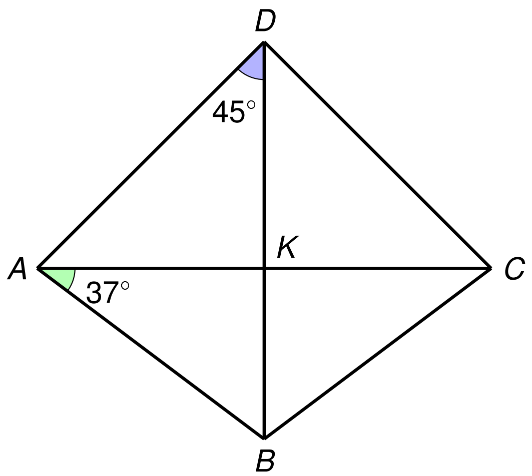
(b) Če $\overline{AB} = 3,5$ cm, koliko meri AD?

(c) Če poznamo tudi $\overline{CD} = 4,9$ cm, koliko meri obseg deltoida?

(d) Ali je K središčna točka diagonale AC?

(e) Ali je K središčna točka diagonale BD?

2. Opazuj notranje kote deltoida $ABCD$ in odgovori na vprašanja.



(a) Če $\measuredangle ADB = 45^\circ$, koliko je velik kot $\measuredangle BDC$?

(b) Če $\measuredangle BAC = 37^\circ$, koliko je velik kot $\measuredangle ACB$?

(c) Če $\measuredangle ADB = 45^\circ$, koliko je velik kot $\measuredangle ADC$?

(d) Kolikšna je vsota notranjih kotov?

(e) Ali je AC simetrala kota $\measuredangle DCB$?

(f) Ali je DB simetrala kota $\measuredangle CBA$?

3. Izračunaj obseg deltoida s podatki:

(a) $a = 10$ cm; $b = 20$ cm; [60 cm]

(b) $b = 1,4$ dm; $c = 1,7$ dm; [6, 2 dm]

(c) $a = 0,12$ m; $d = 0,21$ m. [0, 66 m]

4. Izračunaj neznane količine deltoidov z obsegi:

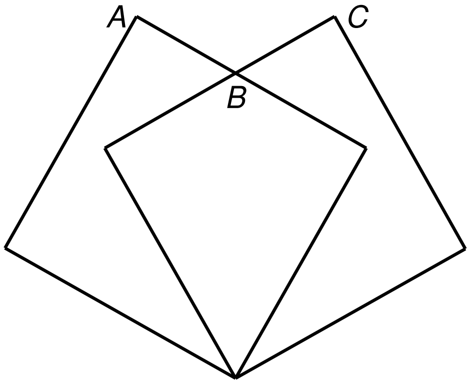
(a) $o = 14$ cm; $a = 4$ cm; [3 cm]

(b) $o = 3,6$ m; $b = 1$ m; [0, 8 m]

(c) $o = 222$ cm; $d = 61$ cm. [50 cm]

5. Skladna kvadrata se delno prekrivata tako, da skupni del tvori obliko deltoida. Vemo, da:

- obseg kvadrata je 28 cm;
- $\overline{AB} = \overline{BC} = 3$ cm;
- $\measuredangle\ ABC = 120°$
- Izračunaj obseg in velikost notranjih kotov deltoida.



[22 cm; 60°; 90°;90°; 120°]

AVTORJI
David Croselli, Lara Masten, Petra Kobau

ILUSTRACIJE
David Croselli in Petra Kobau

STROKOVNI PREGLED IN RECENZIJA
dr. Marko Razpet

JEZIKOVNI PREGLED
dr. Marko Razpet

PREDGOVOR
dr. Davide Clodig

FOTOGRAFSKO GRADIVO
Fotografije povzete iz spletne strani https://pixabay.com in iz proste enciklopedije, Vikipedija

IZDALA
Večstopenjska šola "Ivan Trinko" - Gorica
Projekt je bil finančno podprt na podlagi 5. odstavka 11. člena zakona 38/01

Zahvaljujemo se Danieli Ferfoglia, avtorici vadnice, ki je bila osnova za pripravo vaj tega priročnika, ter Tamari Peteani za lektoriranje uvodne besede

TISK
Grafica Goriziana, ul. A. Gregorčič 18, 34170 Gorica GO

1. natis 2023

ISBN 978-88-947664-3-1